《概率论与数理统计》考试题（二）

标准答案

一、单选题

1、C　2、D　3、B　4、B　5、D　6、A　7、B　8、C　9、A　10、C

二、填空题

1、$P(A\cup B)\ge P(A)\ge P(AB)$，　2、AB+AC+BC　　3、$\frac{1}{2\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{(x+3)^2}{8}}$　4、0

5、$C_n^k p^k q^{n-k}$　　6、15　　7、0.9　　8、a^2+b　　9、N（3，0.4）

10　小概率事件在一次试验中实际上（几乎）是不会发生的。

三、判断题

1、错　2、对　3、错　4、错　5、错　6、对　7、错　8、对　9、错　10、错

四、计算题

1、解：设 A 表示“第三次得黑球”，则$\overline{A}$表示“第三次得白球”

P（$\overline{A}$）=$\frac{4^2}{5^3}$=16/125　　故　P（A）=1-16/125=109/125

2、解：先求 X 的分布列，X 的所有可能取值为 0，1，2,由古典概型的概率计算公式得：$P(X=0)=\frac{C_{13}^3}{C_{15}^3}=\frac{22}{35}$，　$P(X=1)=\frac{C_2^1C_{13}^2}{C_{15}^3}=\frac{12}{35}$

$$P(X=2)=\frac{C_2^2C_{13}^1}{C_{15}^3}=\frac{1}{35}$$

将$(-\infty,+\infty)$分为$(-\infty,0),[0,1),[1,2),[2,+\infty)$四个区间得分布函数.

由分布函数可得$P(\frac{1}{2}<X\le\frac{5}{2})=F(\frac{5}{2})-F(\frac{1}{2})=1-\frac{22}{35}=\frac{13}{35}$

3、解：由题设 X 的概率密度函数为$p(x)=\begin{cases}\frac{1}{5} & 0\le x\le 5\\ 0 & 其他\end{cases}$，对二次方程

$\Delta=[4X]^2-4\times4[X+2]=16(X-2)(X+1)\ge0$　　即当$X\ge2$时，方程有实根（因为 X+1）>0）

所以 P{$X\ge2$}$=\int_2^5\frac{1}{5}dx=\frac{3}{5}$

4、解：（1）不放回，ξ=1，2，3，4

$$P\{\xi=1\}=\frac{C_7^1}{C_{10}^1}=\frac{7}{10} \qquad P\{\xi=2\}=\frac{C_3^1C_7^1}{C_{10}^1C_9^1}=\frac{7}{30}$$

$$P\{\xi=3\}=\frac{C_3^1C_2^1C_7^1}{C_{10}^1C_9^1C_8^1}=\frac{7}{120} \qquad P\{\xi=4\}=\frac{C_3^1C_2^1C_1^1C_7^1}{C_{10}^1C_9^1C_8^1C_7^1}=\frac{1}{120}$$

(2)放回，$\xi=1,2,\cdots$

$$P\{\xi=1\}=\frac{C_7^1}{C_{10}^1}=\frac{7}{10} \qquad P\{\xi=2\}=\frac{C_3^1C_7^1}{C_{10}^1C_{10}^1}$$

$$P\{\xi=3\}=\frac{C_3^1C_3^1C_7^1}{C_{10}^1C_{10}^1C_{10}^1} \qquad P\{\xi=i\}=\frac{(C_3^1)^{i-1}C_7^1}{10^i}$$

（3）换入一件正品放回，ξ=1，2，3，4

$$P\{\xi=1\}=\frac{C_7^1}{C_{10}^1}=\frac{7}{10} \qquad P\{\xi=2\}=\frac{C_3^1C_8^1}{C_{10}^1C_{10}^1}=\frac{24}{100}$$

$$P\{\xi=3\}=\frac{C_3^1C_2^1C_9^1}{C_{10}^1C_{10}^1C_{10}^1}=\frac{54}{1000} \qquad P\{\xi=4\}=\frac{C_3^1C_2^1C_1^1C_{10}^1}{C_{10}^1C_{10}^1C_{10}^1C_{10}^1}=\frac{6}{1000}$$

5、解：用 X 表示灯泡寿命，则$X\sim N(\mu,100^2)$，这是一个已知方差，检验均值的问题。

（1） 给出统计假设：$H_0:\mu=10000$，H_1： $\mu<10000$

（这里H_0应为$\mu\geq 10000$，为了简化计算，采用了$\mu=10000$）。

（2） 选择统计量 $Z=\dfrac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$，当$H_0$成立时，Z~N（0，1） .

（3） 在α =0.025 下，拒绝域为$(-\infty,-z_{1-\alpha})$，反查正态分布表得$z_{1-\alpha}$=1。96，

故拒绝域为$(-\infty,-z_{1-\alpha})=(-\infty,-1.96)$

（4） 计算统计量的样本观测值，得

$\bar{x}=9910$， $Z=\dfrac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}=-2.846$

（5） 做决策：因为$Z=\dfrac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}=-2.846$落入拒绝域，应拒绝$H_0$，即认为该批灯炮的寿命在 10000 小时以下，不合格。