

《概率论与数理统计》考试题

(试题 四)

一. 单选题 (20 分)

1. 设 A, B 为两事件, 若 $P(A+B) = 0.8, P(A) = 0.2, P(\bar{B}) = 0.4$, 则 ()

A $P(\bar{A}\bar{B}) = 0.32$ B $P(B-A) = 0.4$

C $P(\bar{B}A) = 0.48$ D $P(\bar{A}\bar{B}) = 0.2$

2. 设每张奖券中奖的概率为 0.1, 某人认购了 20 张号码杂乱的奖券, 设中奖的张数为 X , 则 X 服从 () 分布

A 二项分布 B Poisson 分布 C 指数分布 D 正态分布

3. 设 ξ 服从 $N(0, 1)$ 分布, 其密度函数为 $\varphi(x)$, 则 $\varphi(0) = ()$

A $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$ B 0 C 1 D 0.5

4. 设 X 服从 () 分布, 则 $D(X) = [E(X)]^2$

A 正态分布 B 二项分布 C 指数分布 D Poisson 分布

5. 设随机变量 ξ 的密度函数 $p(x) = \begin{cases} Cx^3 & x \in [0, 1] \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$, 则常数 $C = ()$

A $\frac{1}{4}$ B 4 C 3 D $\frac{1}{3}$

6. 设 X_1, X_2, X_3, X_4 为总体 X 的样本, 则总体均值的最有效的估计量是 ()

A $\frac{1}{3}X_1 + \frac{1}{6}X_2 + \frac{1}{6}X_3 + \frac{1}{6}X_4$ B $\frac{1}{4}X_1 + \frac{1}{4}X_2 + \frac{1}{4}X_3 + \frac{1}{4}X_4$

C $\frac{4}{9}X_1 + \frac{3}{9}X_2 + \frac{1}{9}X_3 + \frac{1}{9}X_4$ D $\frac{1}{5}X_1 + \frac{2}{5}X_2 + \frac{1}{5}X_3 + \frac{1}{5}X_4$

7. 设 $E(X) = a, D(X) = b$, 则 $E(X^2) = ()$

A $b+a$ B $b-a^2$ C $a^2 - b$ D $a^2 + b$

8. 设 A, B, C 是两两独立且不能同时发生的随机事件, 且 $P(A) = P(B) = P(C) = x$, 则 x 的最大值为 ()

A $1/2$, B 1 C $1/3$ D $1/4$

9. 甲乙两人独立地对同一目标射击一次, 命中率分别为 0.6 及 0.5, 现已知目标被命中, 则它是甲命中的概率为 ()

A $3/4$ B 0.6 C $5/11$ D $6/11$

10. 若 A, B 互不相容, 则 ()

A $P(\overline{A+B})=1$ B $P(\overline{A+B})=1$ C $P(AB)=P(A)P(B)$ D $P(A)=1-P(B)$

二. 填空题 (24 分)

1. X 服从 $N(-3, 2)$ 分布, 则密度函数 $\phi(x)=$ _____.

2. 当 \overline{A} 与 \overline{B} 互不相容时, $P(\overline{A+B})=$ _____.

3. X 的概率分布为 $P(X=k)=\frac{2^k}{e^2 k!}$ ($k=0,1,2,\dots$), 则 $D(2X)=$ _____.

4. 在 n 次独立重复试验中, 设 $P(A)=p, 1-p=q$, 那么事件 A 发生 k 次的概率为_____.

5. A, B, C 表示三个事件, 则 A, B, C 都不发生的事件为_____.

6. 设 $D(X)=25, D(Y)=36, \rho_{XY}=0.4$ 则 $D(X+Y)=$ _____.

7. X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体 X 的样本, 对总体方差 $D(X)$ 进行估计时, 常用的无偏估计是_____.

8. 小概率原理是指_____.

9. 设 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, σ^2 未知时, 检验 $H_0: \mu = \mu_0$, 用_____检验法, 选用统计量_____, 当 H_0 成立时, 统计量服从_____分布.

10. $P\{\text{拒绝 } H_0 | H_0 \text{ 为真}\} = \alpha$, 则 α 为_____.

三、计算题 (48 分)

1. 在分别写有 2, 4, 6, 7, 8, 11, 12, 13 的八张卡片中任取两张, 把卡片上的两个数字组成一个分数, 求所得分数为既约分数的概率.

2. 假定人们的体重符合参数为 $\mu=55, \sigma=10$ 的正态分布 (单位: KG), 试求任选一人, 他的体重 (1) 在区间 $[45, 65]$ 的概率, (2) 大于 85 的概率.

3. 已知 (X, Y) 的联合密度函数为 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{2}{x^3} e^{-y+1} & x > 1, y > 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$, 求 X,

Y 的边际密度函数, 并验证 X 与 Y 的独立性.

4. 下面列出的是某工厂随即选取的 20 只部件的装配时间 (分钟):

9.8 10.4 10.6 9.6 9.7 9.9 10.9 11.1 9.6 10.2
10.3 9.6 9.9 11.2 10.6 9.8 10.5 10.1 10.5 9.7

设装配时间的总体服从正态分布, 是否可以认为装配时间的均值显著的大于 10 (取 $\alpha=0.05$)?

四、证明（8分）：样本方差 s_n^2 作为总体方差 σ^2 的估计量不是无偏的。