

《概率论与数理统计》考试题

(试题六)

一. 单项选择题 (每小题 2 分, 共 20 分)

1. 随机事件 A, B 满足 $P(A)+P(B)>1$, 则 A 与 B 一定 ()

- A 互不相容 B 不互斥 C 相互独立 D 不相互独立

2. 从一副 52 张的扑克牌中, 任意地抽取 5 张, 其中没有 J 牌的概率为 ()

- A $\frac{48}{52}$ B $\frac{48^5}{52^5}$ C $\frac{C_{48}^5}{C_{52}^5}$ D $\frac{C_{48}^5}{52^5}$

3. 某射手打靶的命中率为 p , $0 < p < 1$, 现进行了五次独立射击, 那么, 第二次和第五次命中的概率是 ()

- A p^2 B $p^2(1-p)^3$ C $5p^2(1-p)^3$ D $C_5^2 p^2(1-p)^3$

4. 两人进行象棋比赛, 比赛结果的样本空间为 ()

- A {赢, 输} B {甲赢, 乙输} C {甲输, 乙赢} D {甲赢, 乙赢, 和局}

5. 已知 $\xi \sim P(\lambda)$, 即普阿松分布, 且 $P(\xi=1) = P(\xi=2)$, 则参数 $\lambda =$ ()

- A 任意正数 B 0 或 2 C 2 D 0

6. 随机变量的方差 $D(\xi) = a$, 则 $D(2\xi+3) =$ ()

- A $4 \cdot a$ B $2 \cdot a+3$ C $4 \cdot a+3$ D $4 \cdot a^2$

7. 设随机变量 ξ 服从区间 $[1, 4]$ 上的均匀分布, 当 $a < 1 < b < 4$ 时, 概率 $P(a \leq \xi \leq b) =$ ()

- A $\frac{b-a}{3}$ B $\frac{3}{b-a}$ C $\frac{b-1}{3}$ D $\frac{3}{b-1}$

8. 设随机变量 ξ 的概率密度函数为

$$p(x) = \begin{cases} \lambda \cdot x^{\lambda-1}, & 0 < x < 1, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}, \quad \lambda > 0,$$

则 ξ 的数学期望 $E(\xi) =$ ()

- A $\frac{\lambda}{\lambda+1}$ B $\frac{\lambda+1}{\lambda}$ C λ D 1

9. 设 x_1, x_2, x_3 是总体 X 的容量为 3 样本, θ 是未知参数, 则下列样本的函数中为统计量的一个是 ()

A $X_1 + \theta \cdot X_3$ B $\frac{X_1 + 2X_2 + X_3}{4}$ C $\frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \frac{X_i}{\theta}$ D $\frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 (X_i - \theta)^2$

10. 设 $\hat{\theta}(X_1, X_2, \dots, X_n)$ 为总体 X 的未知参数 θ 的一个估计量, x_1, x_2, \dots, x_n 为样本,

如果 $E(\hat{\theta}) = \theta$, 则称它是参数 θ 的 ()

A 有效估计量 B 一致估计量 C 有偏估计量 D 无偏估计量

二、 计算题 (每小题 10 分, 共 70 分)

1、 从写有 1, 2, ..., 8 的八张卡片中随机地抽取 5 张, 设取出的 5 张卡片上的最大号码为 ξ , 求 (1) ξ 的分布列; (2) ξ 的分布函数。

2、 设 X 在 $[0, 5]$ 上服从均匀分布, 求方程 $4x^2 + 4Xx + X + 2 = 0$ 有实根的概率。

3、 设某机器生产的螺栓的长度 (cm) 服从参数 $\mu = 10.05, \sigma = 0.06$ 的正态分布, 工艺规定长度范围在 10.05 ± 0.12 内为合格品, 求螺栓的次品率。

4、 已知 (X, Y) 的联合密度函数为 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{2}{x^3} e^{-y+1} & x > 1, y > 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$, 求 X, Y

的边际密度函数, 并验证 X 与 Y 的独立性。

5、 有 n 把外型相同的钥匙, 其中只有一把能打开门上的锁, 现随机的取出一把试开 (显然, 试开不成即除去), 求试开次数 X 的数学期望。

6、 设男孩出生率为 0.515, 求在 10000 个新生儿中女孩不少于男孩的概率。

7、 为测定某种溶液中含锌离子的浓度, 进行了 10 次测量, 得到这 10 次测量的样本标准差为 $s = 0.037\%$, 设测定总体为正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$, 试在显著性水平

$\alpha = 0.05$ 下, 检验假设 $H_0: \sigma = 0.04\%$, $H_1: \sigma < 0.04\%$ 。

三. 证明题 (10 分): 设随机变量 ξ 服从参数为 p , ($0 < p < 1$) 的 0-1 分布, 证

明 $D(\xi) \leq \frac{1}{4}$.