

《概率论与数理统计》考试题

(试题三)

一. 单选题 (20分)

1. 设 X 表示单位时间内电话交换台接到的呼叫次数, 则 X 服从 ()
A. 指数分布 B. 二项分布 C. 普阿松分布 D. 正态分布
2. 设随机变量 ξ 服从正态分布的 $N(0,1)$, 其密度函数为 $\varphi(x)$, 则 $\varphi(0) =$ ()
A. $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. 0
3. 某人射击, 设 X 表示直到射中为止的射击次数, 则 X 服从 ()
A. 普阿松分布 B. 正态分布 C. 二项分布 D. 几何分布
4. 设随机变量 X 具有分布 $P\{X=k\}=0.2, k=1, 2, 3, 4, 5$, 则 $E(X+2)^2 =$ ()
A. 27 B. 23 C. 11 D. 15
5. 已知 $f(x) = \begin{cases} ax^2, & 1 \leq x \leq 2 \\ ax, & 2 \leq x \leq 3 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ 为密度函数, 则 $a =$ ()
A. 5/24, B. 6/29 C. 2/9 D. 1/3
6. 下列关于密度函数 $p(x)$ 叙述不正确的是 ()
A. $p(x) \geq 0$ B. $p(x) \leq 1$ C. $\int_{-\infty}^{+\infty} p(x) dx = 1$ D. $p(x) = F'(x)$
7. 若 $f(x) = A e^{-|x|}$ 为某一随机变量的密度函数, 则 $A =$ ()
A. 1/2, B. 1/3 C. 1 D. 2/3
8. 设 X 在 $[3,5]$ 上服从均匀分布, 则 $D(X) =$ ()
A. 4 B. 2 C. 4/3 D. 1/3
9. 某人射击 10 次, 其命中率为 0.6, 则恰好有 4 次射中的概率为 ()
A. 0.6^4 B. $0.6^4 0.4^6$ C. $C_{10}^4 0.6^4 0.4^6$ D. $C_{10}^4 0.6^6 0.4^4$
10. 事件 A, B 满足 $P(A) = 0.5, P(B) = 0.4, P(B|A) = 0.36$, 则 $P(A+B) =$ ()
A. 0.9 B. 0.18 C. 0.72 D. 0.54

二. 填空题 (26分)

1. 设 A, B 是两个事件, $P(A) = 0.6, P(B) = 0.7, P(\overline{A}B) = 0.2$, 则 $P(A+B) =$ _____
2. 设 A, B 是两个事件, $P(A) = 0.3, P(A+B) = 0.72$, 当 A, B 互不相容时,

- $P(B) = \underline{\hspace{2cm}}$, 当 A, B 相互独立时, $P(B) = \underline{\hspace{2cm}}$.
3. 设一次试验中事件 A 发生的概率为 p , 现重复进行了 n 次独立试验, 则事件 A 至少发生一次的概率为 $\underline{\hspace{2cm}}$.
4. 事件 A, B 满足 $P(A) = 0.5, P(B) = 0.6, P(B|A) = 0.8$, 则 $P(A+B) = \underline{\hspace{2cm}}, P(A-B) = \underline{\hspace{2cm}}$.
5. 事件 A, B 互不相容, 且 $P(A) = 0.4, P(B) = 0.3$, 则 $P(\overline{AB}) = \underline{\hspace{2cm}}$.
6. 设 Ω 为样本空间, A_1, A_2, \dots, A_n 为一事件组, 若 (1) $A_i A_j = \emptyset (i \neq j)$, (2) $\sum_{i=1}^n A_i = \Omega$. 则称 A_1, A_2, \dots, A_n 为样本空间的 $\underline{\hspace{2cm}}$.
7. $X \sim U[a, b]$, 则 $E(X) = \underline{\hspace{2cm}}, D(X) = \underline{\hspace{2cm}}$.
8. 设 $E(X) = a, D(X) = b$, 则 $E(2X^2 + 1) = \underline{\hspace{2cm}}$.
9. 对于随机变量 X , 仅知其 $E(X) = 3, D(X) = 1/25$, 则可知 $P\{|x-3| < 2\} \geq \underline{\hspace{2cm}}$.
10. 设随机变量 X 的密度函数 $\varphi(x) = \begin{cases} \frac{c}{1+x^2} & x \in [0, 1] \\ 0 & x \notin [0, 1] \end{cases}$, 则 $c = \underline{\hspace{2cm}}$.

三. 判断题 (5分)

1. 若事件 A 与 B 相互独立, 则 A 与 \overline{B} 也相互独立. ()
2. 若 A, B, C 互不相容, 则 A, B, C 两两不相容. ()
3. 设 $\hat{\theta}_1$ 与 $\hat{\theta}_2$ 均为参数 θ 的估计量, 若 $D(\hat{\theta}_1) < D(\hat{\theta}_2)$, 则 $\hat{\theta}_1$ 为比 $\hat{\theta}_2$ 有效的估计量. ()
4. 若 X 服从指数分布, 则有 $E(X^2) = 2[E(X)]^2$. ()
5. 若 $AB = \emptyset$, 且 $C \subset A$, 则 $BC = \emptyset$. ()

四. 计算题 (每题 10 分, 共 40 分)

1. 一袋中装有 5 只乒乓球, 编号为 1, 2, 3, 4, 5, 在其中同时取三只, 以 X 表示取出的 3 只球中的最大号码, 写出随机变量 X 的分布律.
2. 设甲箱中 5 个正品和 3 个次品, 乙箱中有 4 个正品和 3 个次品, 从甲箱中任意取出一个产品放入乙箱, 然后从乙箱中任取 2 个产品, 求这 2 个产品全为正品的概率.
3. 一整数 X 随机在 1, 2, 3, 4 四个整数中取一个值; 另一整数 Y 则在 $1 \sim X$ 中随机取一个值. 1) 求 (X, Y) 的分布律, 2) 求 X, Y 的分布律.
4. 设某次考试的考生成绩服从正态分布, 从中随机抽取 36 位考生的成绩, 算得平均成绩为 66.5 分, 标准差为 15 分, 问在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下, 是否可以

认为这次考试全体考生的平均成绩为 70 分？

五、叙述并证明切比雪夫不等式。(9 分)