

《概率论与数理统计》考试题

(试题九)

一、填空题 (每空 2 分, 共 24 分)

- 1、设 $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{3}$, $P(B|A) = \frac{1}{6}$, 则 $P(A|B) =$ _____.
- 2、设三事件 A、B 和 C 两两独立, 且 $ABC = \phi$, $P(A) = P(B) = P(C) < \frac{1}{2}$, 已知 $P(A+B+C) = \frac{9}{16}$, 则 $P(A) =$ _____.
- 3、设随机变量 X 在 (1, 6) 上服从均匀分布, 则方程 $y^2 + Xy + 1 = 0$ 有实根的概率为 _____.
- 4、设随机变量 X 的密度函数为 $p(x) = \begin{cases} Cx & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$, 则常数 C = _____.
- 5、若随机变量 X 服从均值为 2, 方差为 σ^2 的正态分布, 且 $P\{2 < X < 4\} = 0.3$, 则 $P\{X < 0\} =$ _____.
- 6、设随机变量 ξ 服从正态分布的 $N(0, 1)$, 其密度函数为 $\varphi(x)$, 则 $\varphi(0) =$ _____.
- 7、设 $X \sim \chi^2(n)$, $Y \sim \chi^2(m)$, 且 X 与 Y 相互独立, 则 $X+Y \sim$ _____.
- 8、设 X_1, X_2, \dots, X_n 是从正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 中抽取的一个样本,
记 $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$, $S_n^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$, $\bar{X} \sim$ _____,
 $\frac{nS_n^2}{\sigma^2} \sim$ _____.
- 9、设总体 X 服从 $[0, \theta]$ 上的均匀分布, θ 未知, 则 θ 的矩估计为_____.
- 10、正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$, 方差 σ^2 未知, 要检验假设 $H_0: \mu = \mu_0$, 这时, 选用的统计量为_____; 当方差已知时, 要检验假设 $H_0: \mu = \mu_0$, 应选用统计量_____.

二、计算题 (每题 10 分, 共 60 分)

- 1、设甲箱中 5 个正品和 3 个次品, 乙箱中有 4 个正品和 3 个次品, 从甲箱中任意取出一个产品放入乙箱, 然后从乙箱中任取 2 个产品, 求这 2 个产品全为正品的概率.
- 2、公共汽车站每隔 5 分钟有一辆汽车通过, 乘客在 5 分钟内任一时刻到达汽车站是等可能的, 求乘客候车不超过 3 分钟的概率.
- 3、袋中装有 2 只白球和 3 只黑球, 定义

$$\xi = \begin{cases} 1, & \text{第一次摸出白球} \\ 0, & \text{第一次摸出黑球} \end{cases} \quad \eta = \begin{cases} 1, & \text{第二次摸出白球} \\ 0, & \text{第二次摸出黑球} \end{cases}$$

求在下列两种情况下 (ξ, η) 的分布律及 ξ, η 的分布律. (1) 取后放回; (2) 取后不放回.

4、设随机变量 X 的密度函数为 $p(x) = \frac{1}{2}e^{-|x|}$, $-\infty < x < +\infty$ (拉普拉斯分布),

求 $E(X)$ 及 $D(X)$.

5、某单位内部有 260 部电话分机, 每部分机有 4% 的时间要使用外线通话, 若各电话分机是否使用外线是相互独立的, 问总机要配备多少条外线方可以 95% 的把握保证每部分机在使用外线时不必等候? ($\Phi(1.65) = 0.95$)

6、设总体 X 服从参数为 λ 的指数分布, 试求参数 λ 的极大似然估计.

三、叙述并证明贝努里大数定律 (16 分)