福建师范大学闽南科技学院教案

编号：05001

课时安排：　3 学时	教学课型：理论课□　实验课□　习题课□　实践课□　其它□

题目（教学章、节或主题）：第五章 大数定律与中心极限定理
5.1挈比雪夫不等式(Chebyshev)、 大数定律
5.2中心极限定律

教学目的要求（分掌握、熟悉、了解三个层次）：
主要内容：介绍 Chebyshev不等式,Chebyshev大数定律及其推论,贝努里大数定律,Levy-Lindberg定理,De Moivre-Laplace定理
*重点： Chebyshev不等式
#难点：Levy-Lindberg定理,De Moivre-Laplace定理

教学内容（注明：* 重点　# 难点　？疑点）：
5.1 Chebyshev不等式
一.随机变量X具有数学期望E(X)= $\mu, D(X)=\sigma^2$,则对于任意 $\varepsilon \succ 0$, 恒有

$$P\left\{\left|X-\mu\right| \geq \varepsilon\right\} \leq \frac{\sigma^2}{\varepsilon^2}$$

例1设随机变量X~E(5)(指数分布),其概率密度为 $f(x)=\begin{cases}5e^{-5x}, & x \succ 0\\ 0, x \leq 0\end{cases}$ 用Chebyshev不等式估计 $P\{|X-E(X)| \geq 2\}$ 的大小.

5.2大数定律
一. Chebyshev大数定律及其推论
Th5.1 设 $X_1, X_2, \ldots, X_n, \ldots$ 为互相独立的随机变量序列，$E(X_i)$ 及 $D(X_i)$ 都存在,并且存在有一个常数C,使得 $D(X_i) \leq C$, i=1,…,则对于任意给定的 $\varepsilon \succ 0$, 必有

$$\operatorname{Lim} P\left\{\left|\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} E(X_i)\right| \prec \varepsilon\right\}=1$$

推论 设 $X_1, X_2, \ldots, X_n, \ldots$ 为互相独立的随机变量序列， 各 $E(X_i)$ 及 $D(X_i)$ 存在且 $E(X_i)=\mu$, $D(X_i)=\sigma^2$,则对于任意给定的 $\varepsilon \succ 0$,必有

$$\lim P\left\{\left|\frac{1}{n}\sum X_i - \mu\right| \prec \varepsilon\right\}=1$$

二. Bernoulli大数定律

Th5.2 设n次Bernoulli试验中，事件A发生的次数为n_A，在每次试验A发生的概率为p(0<p<1)，即n_A~B(n,p)，则对任意的$\varepsilon \succ 0$，有

$$\text{Limp}\{\left|\frac{n_A}{n}-p\right| \prec \varepsilon\}=1$$

5.3中心极限定理

一.Levy-Lindberg定理

Th5.4(独立同分布的中心极限定理)

设随机变量X_i，I=1,1,2,...相互独立，服从同一分布，且数学期望和方差存在：

$E(X_i)=\mu$，$D(X_i)=\sigma^2 \succ 0$，I=1,2,...

则对于任意实数x，有

$$\text{limp}\{\frac{1}{\sqrt{n}\sigma}(\sum_{i=1}^{n}X_i-nu)\le x\}=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x}e^{-\frac{t^2}{2}}dt$$

例1 某大商场每天接待顾客10000人，设每位顾客的消费额服从[100,1000]上的均匀分布，且顾客的消费额是相互独立的，试求该商场的销售额在平均销售额上。下浮动不超过20000的概率。

二. De Moivre-Laplace定理

Th5.5 设A是试验E的事件，p(A)=p，并把n重独立重复试验A出现的次数记为n_A，则对于一切实数x，有

$$\text{Limp}\{\frac{n_A-n_p}{\sqrt{np(1-p)}}\le x\}=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{x}e^{-\frac{t^2}{2}}$$

例2 设有一大批种子，其中良好占$\frac{1}{5}$，现从中任取5000粒，求在该5000粒中良种数介于940粒与1060之间的概率.

教学方式、手段：讲授.示教

教学媒介：板书 .教科书、多媒体课件

作业：　习题五 6.7.8.9.10

参考书目：
1.《概率论》，复旦大学编，北京：高等教育出版社，1979。
2.《概率论与数理统计》，浙江大学数学系高等数学教研组编，人民教育出版社，1979。
3.《概率论与数理统计》，王松桂，程维虎，高旅端编，北京：科学出版社，2000

教师姓名:傅金波 职称:讲师 年 月 日