第八章　假设检验答案

1、解：（1）统计假设H_0.：矿砂镍含量的均值$\mu=\mu_0=3.25$

（2）构造统计量：$T=\dfrac{\overline{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}} \backsim t(n-1)$

（3）求拒绝域：由$\alpha=0.01$，得t分布的双侧分位点为

$t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)=t_{0.005}(4)=4.$

$\therefore$拒绝域是$|T|\geq 4.6041$

（4）计算统计量$T=\dfrac{\overline{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}$的值：

$\because \overline{X}=\dfrac{1}{5}\times[3.25+3.27+3.24+3.26+3.24]=3.252$

$S^2=\dfrac{1}{4}[(3.25-3.252)^2+(3.27-3.252)^2+\cdots+(3.24-\ \ )^2]\ 17$

$S=0.013$

$\sqrt{n}=\sqrt{5}=2.236$

$\therefore T=\dfrac{3.252-3.25}{0.01303/2.236}=0.3432$

（5）推断：$\because |T|=0.3432<t_{0.005}(4)=4.6041$

$\therefore$接受原假设$H_0:\mu=\mu_0=3.25$

即认为矿砂镍含量的均值为 3.25.

2、解：（1）统计假设H_0.：$\mu=\mu_0=0.618$

（2）构造统计量：$T=\dfrac{\overline{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}} \backsim t(n-1)$

（3）求拒绝域：由$\alpha=0.05$，得t分布的双侧分位点为

$t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)=t_{0.025}(19)=2.$

$\therefore$拒绝域是$|T|\geq 2.0930$

（4）计算统计量$T=\dfrac{\overline{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}$的值：

$$\because\ \overline{X}=\frac{1}{20}[0.693+0.749+\cdots+0.933]=0.6605$$

$$S^2=\frac{1}{19}[(0.693-0.6605)^2+\cdots+(0.933-0.6605)^2]=0.0085526$$

S=0.0925

$$\therefore T=\frac{\overline{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}}=\frac{0.6605-0.618}{0.0925/\sqrt{20}}=2.055$$

（5）推断：$\because |T|=2.055<t_{0.025}(19)=2.0930$

$\therefore$接受原假设$H_0:\mu=\mu_0=0.618$

即认为该工厂设计的矩形宽与长的比例仍为0.618.

3、解：左边检验：$\mu\geq 1000$（产品合格）

(1)原假设H_0：$\mu\geq 1000$；　　备择假设H_1：$\mu<1000$

(2)构造统计量：$Z=\dfrac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\sim$ N（0，1）

(3)求拒绝域：由α=0.05．得正态分布的左侧分位点为

$$\lambda=-Z_\alpha=-Z_{0.05}=-1.645$$

$\therefore$ 拒绝域是$Z_0=\dfrac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}<-1.7109$

(4)计算T_0的实测值

$\because\ \overline{X}=950$(小时)，$\mu_0=1000$，$\sigma=100$，$n=25$

$$\therefore\ Z_0=\frac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}=\frac{950-1000}{100/\sqrt{25}}=-2.5$$

(5)推断：$\because\ Z_0=-2.5<-1.7109$

$\therefore$ 拒绝原假设H_0，即认为产品不合格

4、解：右边检验：$\mu\leq 10$

(1) 原假设 H_0： $\mu \le 10$；　　备择假设H_1： $\mu > 10$

(2) 构造统计量： $T=\dfrac{\overline{X}-\mu}{S/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$

(3) 求拒绝域：由 $\alpha=0.05$， 求t分布的右侧分位点得

$$\lambda = t_{0.05}(19)=1.7291$$

$\therefore$ 拒绝域为 $T_0=\dfrac{\overline{X}-\mu_0}{S/\sqrt{n}} \ge \lambda = 1.7291$

(4) 计算 T_0： Q $\overline{X}=10.2$， $S=0.5099$， $n=20$， $\mu_0=20$

$$\therefore T_0=\frac{10.2-10}{0.5099/\sqrt{20}}=1.754$$

(5) 推断： Q $T_0=1.754>\lambda=1.7291$

$\therefore$ 拒绝原假设， 即能认为部件装配时间显著大于10分钟

6、解：设矮个子人寿命均值为 μ_1，高个子人寿命为 μ_2， 检验： $\mu_1-\mu_2\ge 0$

(1) 原假设 H_0： $\mu_1-\mu_2\ge 0$；　　备择假设H_1： $\mu_1-\mu_2<0$

(2) 构造统计量： $T=\dfrac{\overline{X}-\overline{y}-(\mu_1-\mu_2)}{S_w\sqrt{\dfrac{1}{n_1}+\dfrac{1}{n_2}}} \sim t(n_1+n_2-2)$

(3) 求拒绝域： 对于小概率 $\alpha=0.05$， 得t分布的左侧分位点为

$$\lambda=-t_\alpha(n_1+n_2-2)=-t_{0.05}(5+26-2)=-t_{0.05}(29)=-1.6991$$

$\therefore$ 拒绝域是 $T_0=\dfrac{\overline{X}-\overline{y}-0}{S_w\sqrt{\dfrac{1}{n_1}+\dfrac{1}{n_2}}}<\lambda=-1.6991$

(4) 计算 T_0 的实测值

$\because \quad n_1=5, \quad \overline{X}=80.2, \quad S_1^2=73.7$

$n_2=26, \quad \overline{y}=69.15, \quad S_2^2=86.77$

$$\therefore \quad S_w^2=\frac{(n_1-1)S_1^2+(n_2-1)S_2^2}{n_1+n_2-2}=\frac{4\times 73.7+25\times 69.5}{5+26-2}=70.709$$

$S_w=8.371$

$$\therefore \quad T_0=\frac{\overline{X}-\overline{y}-0}{S_w\cdot\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}}=\frac{80.2+69.15}{8.371\times\sqrt{\frac{1}{5}+\frac{1}{26}}}=36.5358$$

(5)推断：$\because \quad T_0=36.5358>\lambda=-1.6991$

$\therefore$ 接受原假设H_0：$\mu_1-\mu_2\ge 0$

即矮个子人寿命显著高于高个子人

10、解：设 $D_i=X_i-Y_i$ （其中 X_i 是第一种子的产量，Y_i 是第一种子的产量）

则 $D_i \sim N(\mu_D,\sigma_D^2)$ 若问两种谷物的产量是否有显著差异，则需检验

$\mu_D=0$

（1）原假设 $H_0:\mu_D=0$； 备择假设$H_1:\mu_D\ne 0$

（2）构造统计量： $T=\frac{\overline{D}-\mu_D}{S_D/\sqrt{n}} \sim t(n-1)$

（3）求拒绝域：对于$\alpha=0.05$ ， 得 t 分布的双侧分位点为

$\lambda=t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)=t_{0.025}(9)=2.2622$

$\therefore$拒绝域是$|T_0|=\left|\frac{\overline{D}-0}{S_D/\sqrt{n}}\right|\ge\lambda=2.2622$

（4）求$|T_0|$ 的实测值：

$\because D_i=X_i-Y_i$的观测值为：-3，-4，-6，2，1，5，1，7，-6，1.

$$\overline{D}=\frac{1}{10}[(-3)+(-4)+(-6)+2+1+5+1+7+(-6)+1]=-0.2$$

$$S_D^2=\frac{1}{9}[(-3+0.2)^2+\cdots+(1+0.2)^2]=19.73 \quad ; \qquad S_D=4.442$$

$$\therefore |T_0| = \left|\frac{\overline{D}-0}{S_D/\sqrt{n}}\right| = \left|\frac{-0.2}{4.442/\sqrt{10}}\right| = 0.1423$$

（5）推断：$\because |T_0| = 0.1423 < \lambda = 2.2622$

$\therefore$ 接受原假设 H_0 ， 即两种谷物的产量没有显著差异。

13、解：检验：$\sigma^2 \geq \sigma_0^2 = 0.005$ （左边检验）

（1）原假设 $H_0 : \sigma^2 \geq \sigma_0^2 = 0.005$; 备择假设$H_1 : \sigma^2 < \sigma_0^2 = 0.005$

（2）构造统计量：$\chi^2 = \dfrac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \backsim \chi^2(n-1)$

（3）求拒绝域：对于$\alpha = 0.05$ ， 得χ^2分布的左侧分位点为

$$\lambda_1 = \chi^2_{1-\alpha}(n-1) = \chi^2_{0.95}(8) = 2.733$$

$\therefore$拒绝域为 $\chi_0^2 = \dfrac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \leq \lambda_1 = 2.733$

（4）计算χ_0^2的实测值：$\because n = 9$， $S^2 = 0.007^2$， $\sigma_0^2 = 0.005^2$

$$\therefore \chi_0^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} = \frac{(9-1)\times 0.007^2}{0.005^2} = 15.68$$

（5）推断：$\because \chi_0^2 = 15.68 > \lambda_1 = 2.733$ ，

$\therefore$接受原假设 H_0 ， 即导线电阻的标准差显著偏大了。

14、解：要求检验：$\sigma^2 = 0.11^2$

（1）原假设 $H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 = 0.11^2$； 备择假设$H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2 = 0.11^2$

（2）构造统计量：$\chi_0^2 = \dfrac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \backsim \chi^2(n-1)$

（3）求拒绝域：对于$\alpha = 0.05$ ， 得χ^2分布的双侧分位点为

$$\lambda_1 = \chi^2_{0.975}(19) = 8.907 \quad ; \quad \lambda_2 = \chi^2_{0.025}(19) = 32.852$$

$\therefore$拒绝域为 $\chi_0^2 < \lambda_1 = 8.907$ 或者 $\chi_0^2 > \lambda_2 = 32.852$

（4）求 χ_0^2 的实测值：$\because n=20$， $S^2=0.0925^2$， $\sigma_0^2=0.11^2$

$$\therefore \chi_0^2=\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2}=\frac{19\times 0.0925^2}{0.11^2}=13.44$$

（5）推断：$\because \lambda_1<\chi_0^2<\lambda_2$ $\therefore$接受原假设，即$\sigma^2=0.11^2$

16、解：（1）原假设$H_0:\sigma_1^2=\sigma_2^2$ ； 备择假设$H_1:\sigma_1^2\neq\sigma_2^2$

（2）构造统计量： $F=\frac{S_1^2/\sigma_1^2}{S_2^2/\sigma_2^2}=\frac{S_1^2}{S_2^2}\backsim F(n_1-1,n_2-1)$

（3）求拒绝域：对于小概率$\alpha=0.05$， 查 F 分布表求双侧分位点，得

$$\lambda_1=F_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1-1,n_2-1)=F_{0.975}(7,9)=\frac{1}{F_{0.025}(9,7)}=\frac{1}{4.82}=0.207 \quad ;$$

$$\lambda_2=F_{\frac{\alpha}{2}}(n_1-1,n_2-1)=F_{0.025}(7,9)=4.20$$

$\therefore$拒绝域是$F\leq\lambda_1=0.207$ 或者 $F\geq\lambda_2=4.82$

（4）计算F_0实测值：$\because S_1^2=0.0146^2$， $S_2^2=0.0097^2$ ，

$$\therefore F_0=\frac{0.0146^2}{0.0097^2}=2.28.$$

（5）$\because$ $\lambda_1=0.207<F_0=2.28<\lambda_2=4.82$

$\therefore$ 接受原假设，即认为两总体方差相等.

17、解：（1）原假设$H_0:\sigma_1^2=\sigma_2^2$ ； 备择假设$H_1:\sigma_1^2\neq\sigma_2^2$

（2）构造统计量： $F=\frac{S_1^2/\sigma_1^2}{S_2^2/\sigma_2^2}=\frac{S_1^2}{S_2^2}\backsim F(n_1-1,n_2-1)$

（3）求拒绝域：对于小概率 0.05， 查 F 分布表求双侧分位点，得

$$\lambda_1=F_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1-1,n_2-1)=F_{0.975}(11,11)=\frac{1}{F_{0.025}(11,11)}=\frac{1}{3.48}=0.287 \quad ;$$

$$\lambda_2=F_{\frac{\alpha}{2}}(n_1-1,n_2-1)=F_{0.025}(11,11)=3.48$$

$\therefore$拒绝域是$F\leq\lambda_1=0.287$ 或者 $F\geq\lambda_2=3.48$

（4）计算 F_0 实测值：∵ $S_1^2 = 10.25$， $S_2^2 = 11.00$ ，∴ $F_0 = \dfrac{10.25}{11.00} = 0.9318$.

（5）∵ $\lambda_1 = 0.287 < F_0 = 0.9318 < \lambda_2 = 3.48$

∴ 接受原假设，即麦芽干燥过程中，新老两种方法形成的 NDMA 含量的方差相等。

19、解：（1）原假设 $H_0 : \sigma_1^2 \le \sigma_2^2$ ； 备择假设 $H_1 : \sigma_1^2 > \sigma_2^2$

（2）构造统计量： $F = \dfrac{S_1^2 / \sigma_1^2}{S_2^2 / \sigma_2^2} \backsim F(n_1 - 1, n_2 - 1)$

（3）求拒绝域：对于小概率 $\alpha > 0$，查 F 分布表得右侧分位点

$\lambda = F_\alpha(n_1 - 1, n_2 - 1) = F_{0.05}(59, 39) = 1.64$

∴ 拒绝域是 $F_0 > \lambda = 1.64$

（4）计算 F_0 实测值：∵ $S_1^2 = 15.46$， $S_2^2 = 9.66$，

∴ $F_0 = \dfrac{S_1^2}{S_2^2} = \dfrac{15.46}{9.66} = 1.60$

（5）推断：∵ $F_0 = 1.60 < \lambda = 1.64$ ，∴接受原假设， 即第一台机器生产的部件重量的方差小于第二台机器生产的部件重量的方差。