第九章　方差分析及回归分析答案

1、解Ⅰ：（**笔算法**）设三批电池的寿命分别为 X_1, X_2, X_3. 并且 X_j—N（μ_j, σ^2），

按题意需要检验 Ho：$\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$

(1)原假设 Ho：$\mu_1 = \mu_2 = \mu_3$

(2)构造统计量：$F = \dfrac{S_A/s-1}{S_E/n-s}$：$F(s-1, n-s)$

(3)求拒绝域：由 x=0.05,查 F 分布表，得右侧分位点

$$\lambda = F_\alpha(s-1, n-s) = F_{0.05}(2,12) = 3.89$$

∴ 拒绝域为 $F \ge \lambda = 3.89$

(4)计算 F 的值—— 将原始数据计算如下表

序号	A 厂电池		B 厂电池		C 厂电池	
	x_{i1}	$(x_{i1})^2$	x_{i2}	$(x_{i2})^2$	x_{i1}	$(x_{i3})^2$
1	40	1600	26	676	39	1521
2	42	1764	28	784	50	2500
3	48	2304	34	1156	40	1600
4	45	2025	32	1024	50	2500
5	38	1444	30	900	43	1849
$\sum$	213	9137	150	4540	222	9970

$T_1 = 213$，$T_2 = 150$，$T_3 = 222 \Rightarrow \quad T = 213 + 150 + 222 = 585$

$$\sum_{j=1}^{3}\sum_{i=1}^{5} x_{ij}^2 = 9137 + 4540 + 9970 = 23647$$

$$S_T = \sum_{j=1}^{3}\sum_{i=1}^{5} x_{ij}^2 - \frac{T^2}{15} = 23647 - \frac{585^2}{15} = 832$$

$$S_A = \sum_{j=1}^{3}\frac{T_j^2}{n_j} - \frac{T^2}{15} = \frac{1}{5}(213^2 + 150^2 + 222^2) - \frac{585^2}{15} = 616$$

$$S_E = S_T - S_A = 832 - 616 = 216$$

(5) 推断：

方差分析表

方差来源	平方和	自由度	均方和	F 值
工厂误差	616	2	308	17.3
偶然误差	216	12	18	

$\because F = 17.1 > \lambda = 3.89$

$\therefore$ 拒绝原假设，即三个工厂的电池寿命有显著差异。

解Ⅱ：（**电算法**）把原始数据输入计算机软件，进行方差分析，得分析结果

描述性统计量

变量	例数	算术均数	标准差	标准误
X1	5	42.6000	3.9749	1.7776
X2	5	30.0000	3.1623	1.4142
X3	5	44.0000	5.3198	2.3791

① 单因素三水平方差分析

F 值=17.07 ； 分位点 $\lambda = F_{\alpha}(s-1, n-s) = F_{0.05}(2,12) = 3.89$

$\because F = 17.07 > \lambda = 3.89$

$\therefore$ 拒绝原假设，即三个工厂的电池寿命有显著差异。

②单因素三水平两两对比方差分析

变量		X_1	X_2	X_3
	平均值	42.6	30.0	44.0
X1	42.6	——		
X2	30.0	4.69	——	
X3	44.0	0.67	5.36	——

分位点 $F_{\alpha}(s-1, n-s) = F_{0.05}(1,8) = 5.32$

$\because F(X_1, X_2) = 4.69 < \lambda = 5.32$ $\therefore$ X_1和X_2 没有显著差异；

$\because F(X_1, X_3) = 0.67 < \lambda = 5.32$ $\therefore$ X_1和X_3 没有显著差异；

$\because F(X_2, X_3) = 5.36 > \lambda = 5.32$ $\therefore$ X_2和X_3 有显著差异；

2、**解**：（**电算法**）设三个班级的平均分数分别为 X_1, X_2, X_3 而且 $X_j : N(\mu_j, \sigma^2)$.

若问各班级的平均分数有无显著差异，则需检验 $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$ ，现将原始数据输入计算机软件，进行方差分析，得分析结果如下：

描述性统计量

变量	例数	算术均数	标准差	标准误
X1	12	68.0833	18.5446	5.3634
X2	15	71.4000	18.1100	4.6760
X3	13	64.4615	20.3618	536473

电脑计算得 F 值=0.46 ； 分位点 $\lambda = F_{\alpha}(s-1, n-s) = F_{0.05}(2,37) = 3.26$

∵F 值=0. 46$< \lambda = F_{\alpha}(s-1, n-s) = F_{0.05}(2,37) = 3.26$

∴接受原假设 $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$，即各班级的平均分数没有显著差异。

3、 **解:(电算法)** 设五种抗生素与血浆蛋白质结合的百分比分别为 X_1, X_2, X_3、X_4、X_5. 而且 X_j : $N(\mu_j, \sigma^2)$. 若问这些百分比的均值有无显著的差异，则需作检验 $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu_5$ ，现将原始数据输入计算机软件，进行方差分析，得分析结果如下：

描述性统计量

变量	例数	算术均数	标准差	标准误
X1	4	28.6000	3.2177	1.6088
X2	4	31.3750	3.1711	1.5855
X3	4	7.8250	2.3838	1.1919
X4	4	19.0750	1.8062	0.9031
X5	4	27.8000	3.9900	1.9950

① 单因素五水平方差分析

电脑计算得 F 值=40. 88 ；分位点 $\lambda = F_{\alpha}(s-1, n-s) = F_{0.05}(4,15) = 3.06$

∵ F 值=40. 88 $> \lambda = F_{0.05}(4,15) = 3.06$

∴拒绝 $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \mu_5$ ，五种抗生素与血浆蛋白质结合的百分比有显著差异。

②单因素三水平两两对比方差分析

变量		X_1	X_2	X_3	X_3	X_3
	平均值	28.6000	31.375	7.825	19.075	27.800
X1	28.600	——				
X2	31.575	1.30	——			
X3	7.825	9.76	11.07	——		
X4	19.075	4.48	5.78	5.29	——	
X5	27.800	0.38	1.68	9.39	4.10	——

分位点 $\lambda = F_{\alpha}(s-1, n-s) = F_{0.05}(1,6) = 5.99$

∵ $F(X_1, X_2) = 1.30 < \lambda = 5.99$ ∴ X_1和X_2 没有显著差异

∵ $F(X_1, X_3) = 9.76 > \lambda = 5.99$ ∴ X_1和X_3 有显著差异

∵ $F(X_1, X_4) = 4.48 < \lambda = 5.99$ ∴ X_1和X_4 没有显著差异

$\because F(X_1,X_5)=0.38<\lambda=5.99$　$\therefore$ X_1和X_5　没有显著差异

$\because F(X_2,X_3)=11.07>\lambda=5.99$　$\therefore$ X_2和X_3　有显著差异

$\because F(X_2,X_4)=5.78<\lambda=5.99$　$\therefore$ X_2和X_4　没有显著差异

$\because F(X_2,X_5)=1.68<\lambda=5.99$　$\therefore$ X_2和X_5　没有显著差异

$\because F(X_3,X_4)=9.39>\lambda=5.99$　$\therefore$ X_3和X_4　有显著差异

$\because F(X_3,X_5)=9.39>\lambda=5.99$　$\therefore$ X_1和X_2　有显著差异

$\because F(X_4,X_5)=4.10<\lambda=5.99$　$\therefore$ X_4和X_5　没有显著差异

6、**解Ⅰ：（笔算法）**

（1）作散点图（略），因为散点大致在一条直线上，所以黄铜延性 Y 与退火温度 x 线性相关, 设$Y=a+bx+\varepsilon$, $\varepsilon: N(0,\sigma^2)$

（2）求回归系数$\hat{a},\hat{b}$——将原始数据列表计算如下

序号	x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	x_iy_i
1	300	40	90000	1600	1200
2	400	50	160000	2500	20000
3	500	55	250000	3025	27500
4	600	60	360000	3600	36000
5	700	67	490000	4489	46900
6	800	70	640000	4900	56000
$\sum$	3300	342	1990000	20114	198400

$$S_{xx}=\sum_{i=1}^{6}x_i^2-\frac{1}{6}(\sum_{i=1}^{6}x_i)^2=1990000-\frac{1}{6}\times3300^2=17500$$

$$S_{xy}=\sum_{i=1}^{6}x_iy_i-\frac{1}{6}(\sum_{i=1}^{6}x_i)(\sum_{i=1}^{6}y_i)=198400-\frac{1}{6}\times3300\times342=10300$$

$$\therefore \hat{b}=\frac{S_{xy}}{S_{xx}}=\frac{10300}{175000}=0.058857$$

$$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}=\frac{342}{6}-0.058857\times\frac{3300}{6}=24.62865$$

故所求的回归方程为　$\hat{Y}=24.62865+0.058857x$

解Ⅱ：（电算法）将原始数据输入计算机软件，得到结果如下：

回归系数的最小回归结果

变量名	回归系数	标准误
常数项	24.62857	2.5544
x	.5885714E—01	.0044
σ	1.855494	

$\hat{b}=0.05885714$ $\hat{a}=24.62857$

故黄铜延性 Y 与退火温度 x 的线性回归方程是

$$\hat{Y}=24.62857+0.05885714x$$

（续）**解Ⅰ：（笔算t检验法）**

（1）原假设$H_0:b=0$（Y 与 x 的线性关系不显著）

（2）构造统计量：$T=\dfrac{\hat{b}}{\hat{\sigma}}\sqrt{S_{xx}}\sim t(n-2)$

（3）求拒绝域：取$\alpha=0.05$，查 F 分布得双侧分位点

$$\lambda=t_{\frac{\alpha}{2}}(n-2)=t_{0.025}(4)=2.7764$$

$\therefore$拒绝域是$|T|\geq\lambda=2.7764$

（4）计算 T 的实测值：

$\because\hat{b}=0.05885714$ ，$S_{xx}=17500$，$S_{xy}=10300$

$$S_{yy}=20114-\frac{1}{6}\times342^2=620$$

$$\hat{\sigma}^2=\frac{1}{n-2}[S_{yy}-\hat{b}S_{xx}]=\frac{1}{4}[620-0.058857\times10300]=2.75458$$

$$\hat{\sigma}=1.6597$$

$$\therefore T=\frac{\hat{b}}{\hat{\sigma}}\sqrt{S_{xx}}=\frac{0.058857}{1.6597}\sqrt{175000}=14.83$$

（5）推断：$\because|T|=14.83\geq\lambda=2.7764$ $\therefore$ 拒绝原假设$H_0:b=0$

即黄铜延性 Y 与退火温度 x 的线性回归方程显著。

解Ⅱ：（笔算 F 检验法）

（1）原假设$H_0:b=0$（Y 与 x 的线性关系不显著）

（2）构造统计量：$\mathrm{F}=\dfrac{S_{回}}{S_{剩}/n-2}\sim F(1,n-2)$

（3）求拒绝域：取$\alpha=0.05$，查 F 分布得右侧分位点

$$\lambda=\mathrm{F}_{\alpha}(1,n-2)=\mathrm{F}_{0.05}(1,4)=7.71$$

∴拒绝域是$\mathrm{F}\geq\lambda=7.71$

（4）计算 F 的实测值：

$$\because S_{总}=S_{yy}=20114-\frac{1}{6}\times342^{2}=620$$

$$S_{回}=\hat{b}S_{xy}=0.058857\times10300=606.227$$

$$S_{剩}=S_{总}-S_{回}=620-606.227=13.773$$

$$\therefore \mathrm{F}=\frac{S_{回}}{S_{剩}/n-2}=\frac{606.227}{13.773/4}=176.06$$

（5）推断：$\because F=176.06\geq\lambda=7.71$　　∴ 拒绝原假设$H_0:b=0$

即黄铜延性 Y 与退火温度 x 的线性回归方程显著。

解III：（电算 F 检验法）计算机的检验结果如下

方差分析

变异来源	自由度	离差平方和	均方和	F 值
总变异	5	620.000		
回　归	1	606.229	606.229	176.08
剩　余	4	13.7714	3.44286	

$\because F=176.06\geq\lambda=7.71$　　∴ 拒绝原假设$H_0:b=0$

即黄铜延性 Y 与退火温度 x 的线性回归方程显著。

7、解：

（1）作散点图（略），因为散点大致在一条直线上，所以电阻 Y 与钢线含碳量 x 线性相关，设$Y=a+bx+\varepsilon$，　$\varepsilon\sim N(0,\sigma^2)$

（2）求回归方程$\hat{Y}=\hat{a}+\hat{b}x$

①**笔算法求回归方程**——将数据计算如下

序号	x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	x_iy_i
1	0.10	15	0.01	225	1.50
2	0.30	18	0.09	324	5.40
3	0.40	19	0.16	361	7.60
4	0.55	21	0.3025	441	11.55
5	0.70	22.6	0.49	510.76	15.82
6	0.80	23.8	0.64	566.64	19.04

7	0.95	26	0.9025	676.00	24.70
$\sum$	3.80	145.40	2.595	3104.20	85.61

$$S_{xx}=\sum_{i=1}^{7}x_i^2-\frac{1}{7}(\sum_{i=1}^{7}x_i)^2=2.595-\frac{1}{7}\times 3.8^2=0.532142857$$

$$S_{yy}=\sum_{i=1}^{7}y_i^2-\frac{1}{7}(\sum_{i=1}^{7}y_i)^2=3104.2-\frac{1}{7}\times 145.4^2=84.03428572$$

$$S_{xy}=\sum_{i=1}^{7}x_i y_i-\frac{1}{7}(\sum_{i=1}^{7}x_i)(\sum_{i=1}^{7}y_i)=85.61-\frac{1}{7}\times 3.8\times 145.4=6.678571429$$

$$\therefore \hat{b}=\frac{S_{xy}}{S_{xx}}=\frac{6.678571429}{0.532142857}=12.5503$$

$$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}=\frac{1}{7}\times 145.4-12.5503\times\frac{1}{7}\times 3.8=13.9584$$

∴电阻 Y 与钢线含碳量 x 的线性方程是 $\hat{Y}=13.9584+12.5503x$

②**电算法求回归方程**——将原始数据输入计算机软件，得计算结果如下

回归系数的最小二乘估计结果

变量名	回归系数	标准误
常数项	13.95839	.1735
X	12.55033	.2849
σ	.2078332	

∴电阻 Y 与钢线含碳量 x 的线性方程是 $\hat{Y}=13.95839+12.55033x$

（3）方差 σ^2 的无偏估计值是

$$\sigma^2=\frac{S_{剩}}{n-2}=\frac{1}{5}[S_{yy}-\hat{b}S_{xy}]=\frac{1}{5}[84.0343-12.5503\times 6.6786]=0.0432$$

标准差 σ 的无偏估计值是

σ =0.207846

（4）检验假设 $H_0:b=0$， $H_1:b\neq 0$

笔算法检验——步骤如下

① 原假设 $H_0:b=0$，备择假设 $H_1:b\neq 0$

② 构造统计量：$T=\frac{\hat{b}}{\hat{\sigma}}\sqrt{S_{xx}} \sim t(n-2)$

③ 求拒绝域：取$\alpha=0.05$，查 F 分布得双侧分位点

$$\lambda=t_{\frac{\alpha}{2}}(n-2)=t_{0.025}(5)=2.5706$$

∴拒绝域是$|T|\geq\lambda=2.5706$

④计算 T 的实测值：

∵ $\hat{b}=12.5503$ ，$S_{xx}=0.532142857$， $S_{xy}=6.678571429$

$$S_{yy}=3104.2-\frac{1}{7}\times145.4^2=84.03428572$$

$\hat{\sigma}=0.207846$（前面计算结果）

$$\therefore T=\frac{\hat{b}}{\hat{\sigma}}\sqrt{S_{xx}}=\frac{12.5503}{0.207846}\times\sqrt{0.532142857}=44.05$$

⑤ 推断：∵ $|T|=44.05\geq\lambda=2.5706$　　∴ 拒绝原假设$H_0:b=0$

即电阻 Y 与钢线含碳量 x 的线性关系高度显著。

电算法检验，结果如下

方差分析（回归方程显著性检验）

变异来源	自由度	离差平方和	均方	f-值	p-值
总变异	6	84.0343			
回归	1	83.8183	83.8183	1940.48	.0000
剩余	5	.215973	.431946E-01		

∵F 值=1940.48 $>\lambda=2.5706$　　∴ 拒绝原假设$H_0:b=0$

即电阻 Y 与钢线含碳量 x 的线性关系高度显著。

8、解：

（1）画出散点图（略），所有散点大致在一条直线上，因此体积 Y 与重量x直线相关。

（2）求 Y 关于 x 的线性回归方程$\hat{Y}=\hat{a}+\hat{b}x$

①**笔算法求回归方程**——将数据计算如下

序号	x_i	y_i	x_i^2	y_i^2	$x_i y_i$
1	17.1	16.7	292.41	278.89	285.57
2	10.5	10.4	110.25	108.16	109.20
3	13.8	13.5	190.44	182.25	186.30
4	15.7	15.7	246.49	246.49	246.49
5	11.9	11.6	141.61	134.56	138.04
6	10.4	10.2	108.16	104.04	106.08
7	15.0	14.5	225.00	210.25	217.50
8	16.0	15.8	256.00	249.64	252.80
9	17.8	17.6	316.84	309.76	313.28
10	15.8	15.2	249.64	231.04	240.16
11	15.1	14.8	228.01	219.04	223.48
12	12.1	11.9	146.41	141.61	143.99
13	18.4	18.3	338.56	334.89	336.72
14	17.1	16.7	292.41	278.89	285.57
15	16.7	16.6	278.89	275.56	277.72
16	16.5	15.9	272.25	252.81	262.35
17	15.1	15.1	228.01	228.01	228.01
18	15.1	14.5	228.01	210.25	218.95
$\sum$	270.1	265.0	4149.39	3996.14	4071.71

$$\bar{x}=\frac{270.1}{18}=15.006,\qquad \bar{y}=\frac{265}{18}=14.722$$

$$S_{xx}=4149.39-\frac{1}{18}\times 270.1^2=96.389$$

$$S_{yy}=3996.14-\frac{1}{18}\times 256^2=94.751$$

$$S_{xy}=4071.71-\frac{1}{18}\times 270.1\times 265=95.238$$

$$\hat{b}=\frac{S_{xy}}{S_{xx}}=\frac{95.238}{96.389}=0.988$$

$$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}=14.772-0.988\times 15.006=-0.104$$

∴儿童体积 Y 与儿童重量 x 的线性方程是 $\hat{Y}=-0.104+0.988x$

②**电算法求回归方程**——将数据输入计算机软件，进行回归分析，结果如下：

回归系数的最小二乘结果

变量名	回归系数	标准误	t-	p-
常数项	-0.1040468	0.3120	-0.33	0.7431
X1	0.9880520	0.0205	48.08	0.0000

σ	0.2017486

∴儿童体积 Y 与儿童重量 x 的线性方程是 $\hat{Y}=-0.1040468+0.9880520x$

9、解：（1）略… ；（2）略… ； （3）求函数关系式：$Y=ae^{bx}$.

两边取对数，$\ln Y=\ln a+bx+\ln\varepsilon$， $\ln\varepsilon : N(0,\sigma^2)$

令 $Y'=\ln Y$， $x'=x$， $a'=\ln a$， $b'=b$， $\varepsilon'=\ln\varepsilon$

∴原函数式变为 $Y'=a'+b'x'+\varepsilon'$， $\varepsilon' : N(0,\sigma^2)$

① 求 Y' 对 x' 的线性回归方程，将数据 (x_i,y_i) 变为 (x_i',y_i')，并计算如下：

序号	x	y	$x'=x$	$y'=\ln y$	$(x')^2$	$(y')^2$	$x'y'$
1	3	28	3	3.33	9	11.0889	9.99
2	3	33	3	3.50	9	12.2500	10.50
3	3	22	3	3.09	9	9.5481	9.27
4	4	10	4	2.30	16	5.2900	9.20
5	4	36	4	3.58	16	12.8164	14.32
6	4	24	4	3.18	16	10.1124	12.72
7	9	15	9	2.71	81	7.3441	24.39
8	9	22	9	3.09	81	9.5481	27.81
9	9	10	9	2.30	81	5.2900	20.70
10	15	6	15	1.79	225	3.2041	26.85
11	15	14	15	2.64	225	6.9696	39.60
12	15	9	15	2.20	225	4.8400	33.30
13	40	1	1		1600		
14	40	1	1		1600		
$\sum$			173	33.71	4193	98.3000	238.35

$$\overline{x'}=\frac{173}{14}=12.3571,\qquad \overline{y'}=\frac{33.71}{14}=2.4078$$

$$S_{xx}=4193-\frac{173^2}{14}=2055.2143\quad ;\quad S_{xy}=238.35-\frac{173\times33.71}{14}=-178.2091$$

$$\therefore \hat{b}=\frac{S_{xy}}{S_{xx}}=\frac{-178.2093}{2055.2143}=-0.0867\quad ;$$

$$\hat{a}=\overline{y'}-\hat{b}\overline{x'}=2.4078-(-0.0867)\times12.3571=3.4792$$

故 Y' 对 x' 的线性回归方程是 $Y'=3.4792-0.0867x'$

② 求 Y 对 x 的函数关系式

由$Y'=3.4792-0.0867x'$ 得$\ln Y=3.4792-0.0867x$

$\therefore Y=e^{3.4792-0.0867x}$ ， 即Y对x的函数关系式是$Y=32.42e^{-0.0867x}$

11、解：电算法

（1）设$\mu(x_1,x_2,x_3)=b_0+b_1x_1+b_2x_2+b_3x_3$ ，将原始数据编成下列形式，并输入计算机统计软件。

序号	X_1	X_2	X_3	Y(得率)
1	-1	-1	-1	7.6
2	-1	-1	1	10.3
3	-1	1	-1	9.2
4	-1	1	1	10.2
5	1	-1	-1	8.4
6	1	-1	1	11.1
7	1	1	-1	9.8
8	1	1	1	12.6

输入计算机统计软件后，进行线性回归分析，得统计结果如下：

回归系数的最小二乘估计结果及显著性检验

变量名	回归系数	标准误	t-值	p-值	标准化系数
常数项	9.900000	0.2073	47.76	0.0000	
X_1	0.5750003	0.2073	2.77	0.0501	0.3942
X_2	0.5500002	0.2073	2.65	0.0568	0.3771
X_3	1.1500000	0.2073	5.55	0.0052	0.7884
σ	0.5863022				

F 检验法的方差分析

变异来源	自由度	离差平方和	均方和	F 值	p-值
总偏差	7	17.0200			
回归	3	15.6450	5.21500	15.17	0.0119
剩余	4	1.37500	0.343750		

计算机检验结果，F 值=15.17，F 分布的右侧分位点为$\lambda=F_{0.05}(3,4)=6.59$

$\because$ F 值=15.17$>\lambda=F_{0.05}(3,4)=6.59$

$\therefore$Y 与x_1,x_2,x_3的线性关系显著，故 Y 的多元线性回归方程为

$$Y=9.900+0.575x_1+0.550x_2+1.150x_3$$

（2）设$\mu(x_1,x_2,x_3)=\beta_0+\beta_1x_1+\beta_3x_3$ ，将原始数据编成下列形式，并输入计算

机统计软件。

序号	X_1	X_3	Y(得率)
1	-1	-1	7.6
2	-1	1	10.3
3	-1	-1	9.2
4	-1	1	10.2
5	1	-1	8.4
6	1	1	11.1
7	1	-1	9.8
8	1	1	12.6

输入计算机统计软件后，进行线性回归分析，得统计结果如下：

回归系数的最小二乘估计结果及显著性检验

变量名	回归系数	标准误	t-值	p-值	标准化系数
常数项	9.900000	0.3080	32.14	0.0000	
X1	0.5750003	0.3080	1.87	0.1209	0.3942
X3	1.150000	0.3080	3.73	0.0135	0.7884
σ	0.8712062				

F 检验法的方差分析

变异来源	自由度	离差平方和	均方	f-值	p-值
总变异	7	17.0200			
回归	2	13.2250	6.61250	8.71	.0235
剩余	5	3.79500	0.759000		

计算机检验结果，F 值=8.71，F 分布的右侧分位点为 $\lambda = F_{0.05}(2,5) = 5.79$

∵ F 值=8.71 $> \lambda = F_{0.05}(2,5) = 5.79$

∴Y 与 x_1, x_3 的线性关系显著，故 Y 的多元线性回归方程为

$$Y=9.900+0.575x_1+1.150x_3$$

多元线性回归展示题

解：**电算法**——将原始数据输入统计软件，即得以下运算结果：

回归系数的最小二乘估计结果及显著性检验

变量名	回归系数	标准误
常数项	62.40999	70.0687
X1	1.551058	.7447
X2	.5101243	.7238
X3	.1018737	.7547
X4	-.1441204	.7090
σ	2.446008	

F 检验法的方差分析

变异来源	自由度	离差平方和	均方	f-值	p-值
总变异	12	2715.76			
回归	4	2667.90	666.975	111.48	.0000
剩余	8	47.8637	5.98296		

应用计算机软件计算结果，得所求的线性回归方程为

$$\hat{Y} = 62.4099 + 1.5511x_1 + 0.5101x_2 + 0.1019x_3 - 0.1441x_4$$

再经 F 检验法检验，f 值为 111.48，显著大于临界值 $\lambda = F_{0.05}(4,8) = 3.84$，所以拒绝假设 H_0：b=0,故得水泥在凝固时放出的热量 Y（卡/克）与水泥中四种化学成分 x_1，x_2，x_3，x_4 的线性回归方程为

$$Y=62.4099+1.5511x_1+0.5101x_2+0.1019x_3-0.1441x_4$$