

第四章

填空题

1. 设随机变量 X , 有 $EX=10$, $DX=25$. 已知 $E(aX+b)=0$, $D(aX+b)=1$, 则 $a=$ _____, $b=$ _____; 或 $a=$ _____, $b=$ _____.

2. 设随机变量 X 的概率密度 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{8}x, & 0 < x < 4 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$

对 X 独立观察 3 次, 记事件 “ $X \leq 1$ ” 出现的次数为 Y , 则 $EY=$ _____, $DY=$ _____.

3. 已知随机变量 $X \sim N(-4, 2)$, $Y \sim N(2, 1)$ 且 X 与 Y 相互独立, 设随机变量 $Z=2X-Y+6$, 则 $Z \sim$ ().

4. 设随机变量 X_1, X_2, X_3 相互独立, 且有相同的概率分布 $p\{X_i=1\}=p$, $p\{X_i=0\}=q$,

$i=1, 2, 3, p+q=1$, 又设 $Y_1 = \begin{cases} 0, & \text{当 } X_1 + X_2 \text{ 为偶数} \\ 1, & \text{当 } X_1 + X_2 \text{ 为奇数} \end{cases}$, $Y_2 = \begin{cases} 0, & \text{当 } X_2 + X_3 \text{ 为偶数} \\ 1, & \text{当 } X_2 + X_3 \text{ 为奇数} \end{cases}$

则 $Z = Y_1 Y_2$ 的数学期望 $E(Z)=$ _____, 方差 $D(Z)=$ _____.

5. 已知随机变量 X, Y 的方差为 $D(X)=49$, $D(Y)=64$, 相关系数 $\rho_{XY} = 0.8$, 则 $D(X+Y)=$ _____,

$D(X-Y) =$ _____.

选择题

6. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{50}, & 0 < x < 10 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ 则 $E(e^x) =$ ().

(A) $\frac{e^{10}-1}{50}$; (B) $\frac{50}{e^{10}}$; (C) $\frac{1}{50}(9e^{10}+1)$; (D) 不存在

7. 设二维随机变量 (X, Y) 的联合概率密度为

$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{3}(x+y), & 0 < x < 1, 0 < y < 2 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ 则 $(EX, DX) =$ ().

(A) $(\frac{5}{9}, \frac{7}{18})$; (B) $(\frac{5}{9}, \frac{13}{162})$; (C) $(\frac{2}{36}, \frac{25}{81})$; (D) $(\frac{4}{9}, \frac{13}{81})$.

8. 已知随机变量 X 与 Y 的联合分布律为:

(x, y)	(0, 0)	(0, 1)	(1, 0)	(1, 1)	(2, 0)	(2, 1)
P{X=x, Y=y}	0.10	0.15	0.25	0.20	0.15	0.15

设 $Z = \sin \frac{\pi(X+Y)}{2}$, 则 $EZ = (\quad)$.

- (A) 0.25; (B) 0.5; (C) 0.15; (D) 3.5 .

综合题

9. 设二维随机变量(X, Y)有概率密度函数 $f(x, y) = \begin{cases} 2-x-y, & 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ 则 X 与 Y

的相关系数 $\rho_{X,Y} = (\quad)$.

- (A) -1; (B) $\frac{1}{11}$; (C) $-\frac{1}{11}$; (D) $-\frac{5}{11}$

10. 某种稀有的寿命 X(以小时计)具有概率密度 $f(x) = \begin{cases} \frac{3}{4}(2x-x^2), & 0 < x < 2 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ 求 E(X), D(X)

11. 公共汽车站每隔 5 分钟就有一辆汽车通过, 乘车到达车站的任一时间是等可能的, 求乘客等车时间的数学期望.

12. 假设随机变量 X 与 Y 在圆域 $x^2 + y^2 \leq r^2$ 上服从联合均匀分布.

(1) 求 X 和 Y 的相关系数 ρ ; (2) 问 X 和 Y 是否独立?

13. 设随机变量 X 和 Y 独立, 且 X 服从均值为 1, 标准差(均方差)为 $\sqrt{2}$ 的正态分布, 而 Y 服从标准正态分布, 试求随机变量 $Z = 2X - Y + 3$ 的概率密度函数.

14. 设(X, Y)的分布密度为 $f(x, y) = \begin{cases} Cxy, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$

(1) 求系数 C; (2) X 与 Y 是否独立; (3) 求 EX, EY 和 DX, DY, 并按定义求相关系数 ρ_{XY} .

第四章答案

1. $a = 0.2, b = -2$ 或 $a = -0.2, b = 2$ 2. $\frac{3}{14}, \frac{15}{256}$; 3. $N(-4, 9)$;4. $pq, pq(1-pq)$

5. 202.6, 23.4; 6. C; 7. B; 8. A; 9. C

10. $E(X)=1, D(X)=0.2$ 11. $E(X) = \frac{5}{2}$

12. (1) X 和 Y 的相关系数 $\rho = 0$ (2) X 和 Y 不独立;

13. $f_Z(z) = \frac{1}{3\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(z-5)^2}{18}}$; 14(1) C=4 (2) X 和 Y 是独立的

(3) $E(X) = \frac{2}{3}, E(Y) = \frac{2}{3}, D(X) = \frac{1}{18}, D(Y) = \frac{1}{18}, \text{cov}(X, Y) = 0, \rho_{XY} = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\sqrt{D(X)} \cdot \sqrt{D(Y)}} = 0$