第六章

填空题

1. 设$\xi \sim N\ (4,4^2),\overline{\xi}$为 10 个样本均值,则$\dfrac{\overline{\xi}-4}{4/\sqrt{10}}$______.

2. 设$\xi \sim N$（μ，σ^2),$\eta \sim N(\mu_2,\sigma^2)$,则$\xi,\eta$相互独立,其样本容量为$n_1$与$n_2$，样本方差分别为$s_1^2,s_2^2$,则统计量$\dfrac{s_1^2}{s_2^2}$服从$F(n_1-1,n_2-1)$的条件是_______.

3. 设总体 ξ和η 相互独立，$\xi \sim N\ (0,4),\eta \sim N(0,9),\overline{\xi}=\dfrac{1}{10}\sum_{i=1}^{10}\xi_i,\overline{\eta}=\dfrac{1}{15}\sum_{i=1}^{15}\eta_i$, 其中$\xi_1$，$\xi_2,\Lambda\ \xi_{10}$以及$\eta_1$，$\eta_2,\Lambda\ \eta_{15}$分别为来自总体$\xi$和$\eta$ 的随机样本,则统计量$\overline{\xi}-\overline{\eta}$服从____分布; $\left|\overline{\xi}-\overline{\eta}\right|$的数学期望为____,方差为______.

4. 设一组观察值为 4,6,4,3,5,4,8,4 则样本均值为_____,样本方差为_____.

5.若ξ_1，ξ_2,Λ，ξ_{n+1}为来自总体$\xi \sim (\mu,\sigma^2)$的一个样本,$\eta_i=\xi_i-\dfrac{1}{n+1}\sum_{i=1}^{n+1}\xi_i$

$(i=1,2,\Lambda\ ,n+1)$,则η_i服从_____分布,概率密度函数为______.

选择题

6.设总体ξ服从正态分布 $N(\mu_2,\sigma^2)$，μ_2,σ^2为未知数，ξ_1，ξ_2,Λ，ξ_n是来自总体ξ的随机样本,则下面的结论成立的是_____.

(A) $S^2=\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(\xi_i-\overline{\xi})^2$服从$\chi^2$（$n-1$）分布

(B) $S_1^2=\dfrac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(\xi_i-\overline{\xi})^2$服从$\chi^2$（$n-1$）分布

(C) $\frac{1}{\sigma^2}=\sum_{i=1}^{n}(\xi_i-\overline{\xi})^2$服从$\chi^2$（$n-1$）分布

(D) $\frac{1}{\sigma^2}=\sum_{i=1}^{n}(\xi_i-\overline{\xi})^2$服从$\chi^2$（$n$）分布

7. ξ服从正态分布且E（ξ）$=-1$，E（ξ^2）$=4,\overline{\xi}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\xi_i$服从的分布为______

(A) $N(-1,\frac{3}{n})$ (B) $N(-1,\frac{4}{n})$ (C) $N(-\frac{1}{n},4)$ (D) $N(-\frac{1}{n},\frac{3}{n})$

8. 设ξ_1，ξ_2,Λ，ξ_6是来自总体$\xi\sim N$（μ，σ^2）的简单样本，$S_6^*=\frac{1}{5}\sum_{i=1}^{6}(\xi_i-\overline{\xi})^2$，则

$D(S_6^*)$的值是________

(A) $\frac{1}{3}\sigma^4$ (B) $\frac{1}{5}\sigma^4$ (C) $\frac{2}{5}\sigma^2$ (D) $\frac{2}{5}\sigma^4$

9.设随机变量$\xi\sim N$（μ，σ^2）$,\eta\sim\chi^2(n),T=\frac{\xi-\mu}{\sqrt{\eta}}\sqrt{n}$则_______.

(A) T 服从$t(n-1)$分布 (B) T 服从$t(n)$分布

(C) T 服从$N(0,1)$分布 (D) T 服从$F(1,n)$分布

10．设ξ_1，ξ_2,Λ，ξ_8和η_1，η_2,Λ，η_{10}分别是来自两个正态总体N（$-1,2^2$）和N（2,5）的样本，且相互独立，S_1^2和S_2^2分别为两个样本的样本方差，则服从F（7,9）的统计量是_______.

(A) $\frac{2S_1^2}{5S_2^2}$ (B) $\frac{4S_2^2}{5S_1^2}$ (C) $\frac{5S_1^2}{2S_2^2}$ (D) $\frac{5S_1^2}{4S_2^2}$

综合题

11．某厂生产的灯泡的使用寿命$X\sim N$（$2250,250^2$），现进行质量检查，方法如下：任

意挑选若干个灯泡，如果这些灯泡的平均寿命超过 2200 小时，就认为该厂生产的灯泡质量合格。若要使检查能通过的概率超过 0.997，问至少应检查多少只灯泡？

12．设 X_1，$X_2\Lambda$，X_6 为来自正态总体 $N(0,2^2)$ 的样本，求 $p\left\{\sum_{i=1}^{6} X_i^2 > 6.54\right\}$.

13．某厂生产的灯泡的使用寿命 $X \sim N$（2250，σ^2）（单位：小时），抽取一容量为 16 的样本，得到 $\overline{X}=2300$，$S=1200$，求 $p\{\overline{X}<2300\}$.

14．设 X_1，$X_2\Lambda$，X_{100} 为来自参数为 $\lambda=3$ 的泊松总体的一个样本，试求：(1) $\overline{X}$ 的数学期望和方差；(2) S^2 的数学期望；(3) $p\{\overline{X}>10\}$.

15．设(X_1，$X_2\Lambda$，X_9)为来自总体 $N(0,2^2)$ 的简单随机样本，问当数 a,b,c 为何值时，才能使 $Y=a(X_1+X_2)^2+b(X_3+X_4+X_5)^2+c(X_6+X_7+X_8+X_9)^2$ 服从 χ^2 分布，并求其自由度.

16. 设总体 ξ 服从两点分布 $P(\xi=0)=1-p, P(\xi=1)=p$，其中 p 为未知参数，ξ_1，ξ_2,Λ，ξ_n 是来自总体 ξ 的简单样本.

(1)求出(ξ_1，ξ_2,Λ，ξ_n)的概率分布;

(2)指出 $\max\limits_{1\le i\le n}\{\xi_i\},\xi_1+\xi_2,\xi_n^2-\xi_1^2,2(p+1)\xi_1\xi_2,\sum_{i=1}^{n}(\xi_i+p)^2$ 中哪些是统计量? 哪些不是?

17. 设电子元件寿命(时数) ξ 服从参数 $\lambda=0.0015$ 的指数分布，即其密度函数 $\psi(x)=0.0015e^{-0.0015x}(x>0)$，今测试 6 个元件,并记下它们各自失效的时间(单位:h),试问:

(1)至 800h 没有一个元件失效的概率是多少?

(2) 至 3000h 所有元件都失效的概率是多少?

18.随机观察总体 ξ，取得 10 个数据如下 3.2, 2.5, -4, 2.5, 0, 3, 2, 2.5, 4,2

求样本均值,样本方差以及经验分布函数.

第六章答案

1. $N(4,\dfrac{8}{5})$； 2. $\sigma_1^2=\sigma_2^2$； 3. $N(0,1),\sqrt{\dfrac{2}{\pi}},1-\dfrac{2}{\pi}$; 4. 4.78, 2.0；

5. $N(0,\dfrac{n}{n+1}\sigma^2),\varphi(x)=[\sqrt{\dfrac{2n\pi}{n+1}\sigma}]^{-1}e^{-\frac{n+1}{2n\sigma}x^2}$； 6. C； 7. A; 8. C； 9. D； 10. D；

11. 190； 12. 0.95； 13. 0.95 ；

14.（1）$E(\overline{X})=3,\ D(\overline{X})=0.03$； $(2)E(S^2)=3$,(3) 0；

15. $a=\dfrac{1}{8},b=\dfrac{1}{12},c=\dfrac{1}{16}$,自由度为 3

16. $p^{\sum_{i=1}^{n}x_i}(1-p)^{n-\sum_{i=1}^{n}x_i}$； 17. $(1)e^{-7.2}$ $(2)(1-e^{-4.5})^6$

18. 1.77 ,4.67

$$F_{10}(x)=\begin{cases}0 & (x\le -4)\\ \dfrac{1}{10} & (-4<x\le 0)\\ \dfrac{2}{10} & (0<x\le 2)\\ \dfrac{4}{10} & (2<x\le 2.5)\\ \dfrac{7}{10} & (2.5<x\le 3)\\ \dfrac{8}{10} & (3<x\le 3.2)\\ \dfrac{9}{10} & (3.2<x\le 4)\\ 1 & (x>4)\end{cases}$$