

## 第七章

### 填空题

1. 若一个样本的观察值为 0, 0, 1, 1, 0, 1, 则总体均值的矩估计值为\_\_\_\_\_, 总体方差的矩估计值为\_\_\_\_\_。
2. 总体未知参数  $\theta$  的极大似然估计  $\hat{\theta}$  就是\_\_\_\_\_函数的最大值点.
3. 当  $\sigma^2$  已知时, 正态总体均值  $\mu$  的 90% 的置信区间的长度为\_\_\_\_\_.
4. 设由总体  $X \sim F(x, \theta)$  ( $\theta$  为未知参数) 的样本观察值求得  $P\{35.5 < \theta < 45.5\} = 0.9$ , 则称\_\_\_\_\_为  $\theta$  的一个置信度为\_\_\_\_\_的置信区间.
5. 设总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 若  $\sigma^2$  已知, 总体均值  $\mu$  的置信度为  $1 - \alpha$  的置信区间为  $(\bar{X} - \lambda \frac{6}{\sqrt{n}}, \bar{X} + \lambda \frac{6}{\sqrt{n}})$ , 则  $\lambda =$ \_\_\_\_\_.

### 选择题

6. 设 0, 1, 0, 1, 1 为来自两总分布总体  $b(1, p)$  的样本观察值, 则  $p$  的矩估计值为( )  
(A)  $\frac{1}{5}$ ;      (B)  $\frac{2}{5}$ ;      (C)  $\frac{3}{5}$ ;      (D)  $\frac{4}{5}$
7. 设 0, 2, 2, 3, 3 为来自均匀分布总体  $U(0, \theta)$  的样本观察值, 则  $\theta$  的矩估计值为( )  
(A) 1;      (B) 2;      (C) 3;      (D) 4
8. 无论  $\sigma^2$  是否已知, 正态总体均值  $\mu$  的置信区间的中心都是( )  
(A)  $\mu$ ;      (B)  $\sigma^2$ ;      (C)  $\bar{X}$ ;      (D)  $S^2$
9. 设  $X \sim N(1, 3^2)$ ,  $X_1, X_2, \dots, X_n$  为  $X$  的样本, 则( )  
(A)  $\frac{\bar{X} - 1}{3} \sim N(0, 1)$ ;      (B)  $\frac{\bar{X} - 1}{1} \sim N(0, 1)$ ;

$$(C) \frac{\bar{X}-1}{9} \sim N(0,1); \quad (D) \frac{\bar{X}-1}{\sqrt{3}} \sim N(0,1)$$

10. 设总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 其中  $\sigma^2$  已知, 则总体均值  $\mu$  的置信区间长度  $L$  与置信度  $1-\alpha$  的关系是( )

- (A) 当  $1-\alpha$  缩小时,  $L$  缩短;      (B) 当  $1-\alpha$  缩小时,  $L$  增大;  
 (C) 当  $1-\alpha$  缩小时,  $L$  不变;      (D) 以上说法均错.

综合题

11. 对某一距离进行独立测量, 设测量值  $\xi \sim N(\mu, \sigma^2)$ , 今测量了 5 次, 得数据 (单位: m): 2781, 2836, 2807, 2763, 2858, 求  $\mu$  和  $\sigma^2$  的矩估计值.

12. 设总体  $\xi$  服从均匀分布, 其分布密度为

$$\varphi(x, \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta-1}; & 1 < x < \theta \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

- (1) 试求  $\theta$  的矩估计量  $\hat{\theta}$  ;  
 (2)  $\hat{\theta}$  是否为  $\theta$  的无偏估计?

13. 设总体  $\xi$  分布密度为  $\varphi(x, \theta) = \begin{cases} \theta e^{-\theta x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$ , 其中  $\theta > 0$  为未知参数, 今从  $\xi$  中抽取 10 个个体, 得数据分别为: 1050, 1100, 1080, 1200, 1300, 1250, 1340, 1060, 1150, 1150, 试用极大似然估计法估计参数  $\theta$ .

14. 设  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$  是来自对数级数分布

$$p\{\xi = k\} = -\frac{1}{\ln(1-p)} \cdot \frac{p^k}{k} \quad (0 < p < 1; k = 1, 2, \dots)$$

的一个样本, 求参数  $p$  的矩估计量.

15. 设某种清漆的 9 个样品, 其干燥时间(单位: h)分前为 6.0, 5.7, 5.8, 6.5, 7.0, 6.3, 5.6, 6.1, 5.0. 设干燥时间总体服从正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$ , 求  $\mu$  的置信度为 0.95 的置信区间.

(1) 若由以往经验知  $\sigma = 0.6$  (h);

(2) 若  $\sigma$  为未知.

16. 设某种电子管的使用寿命服从正态分布, 从中随机抽取 15 个进行检验, 得平均使用寿命为 1950h, 标准差  $s$  为 300h, 以 95% 的可靠性估计整批电子管平均使用寿命的置信上、下限.

17. 从正态分布总体  $\xi$  中, 抽取了 26 个样品, 它们的观测值分别为: 3100, 3480, 2520, 2520, 3700, 2800, 3800, 3020, 3260, 3140, 3100, 3160, 2860, 3100, 3560, 3320, 3200, 3420, 2880, 3440, 3200, 3260, 3400, 2760, 3280, 3300. 试求随机变量  $\xi$  的期望值和方差的置信区间 ( $\alpha = 5\%$ ).

18. 从二正态总体  $\xi, \eta$  分别抽取容量为 16 和 10 的两个样本, 求得  $\sum_{i=1}^{16} (x_i - \bar{x})^2 = 380$ ,

$\sum_{i=1}^{10} (y_i - \bar{y})^2 = 180$ , 试求方差比  $\frac{\sigma_\xi}{\sigma_\eta}$  置信度为 95% 的置信区间.

## 第七章答案

1.  $\hat{\mu} = \frac{1}{2}, \hat{\sigma} = \frac{1}{4};$

2. 似然;

3.  $2u_{0.05} \frac{\sigma}{\sqrt{n}};$

4. (35.5, 45.9), 0.9;

5.  $u_{\frac{\alpha}{2}};$

6. C; 7. D; 8. C; 9. B; 10. A;

11.  $\hat{\mu} = 2803.6, \hat{\sigma}^2 = 1820.24;$

12. (1)  $\hat{\theta} = 2\bar{\xi} - 1$ , (2)  $\hat{\theta}$  是  $\theta$  的无偏估计值;

13. 0.00086;

14. 
$$\hat{p} = 1 - \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \xi_i}{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \xi_i^2};$$

15. (1) (5.608, 6.392); (2) (5.558, 6.420);

16. (1784, 2116);

17. (3047, 3305), (62838, 194749);

18. (0.34, 3.95)