

## 第八章

### 填空题

1. 设总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ , ( $\mu, \sigma^2$  均未知),  $X_1, X_2, \dots, X_n$  是来自该总体的简单随机样本, 记  $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ ,  $s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ , 则检验假设  $H_0: \mu = \mu_0$  时, 构造统计量为\_\_\_\_\_, 它服从\_\_\_\_\_分布,  $H_0$  的拒绝域为\_\_\_\_\_.
2. 在  $\chi^2$  检验时, 用统计量  $\chi^2 = \frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}$ , 若  $H_0: \sigma^2 = \sigma_0^2$  时, 用\_\_\_\_\_检验, 它的拒绝域为\_\_\_\_\_, 若  $H_0: \sigma^2 \geq \sigma_0^2$  时, 用\_\_\_\_\_检验, 它的拒绝域为\_\_\_\_\_.
3.  $u$  检验和  $t$  检验都是关于\_\_\_\_\_的假设检验, 当\_\_\_\_\_已知时, 用  $u$  检验, 当\_\_\_\_\_未知时, 用  $t$  检验.
4. 在  $u$  检验时, 用统计量  $u = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma_0 / \sqrt{n}}$ , 若  $H_0: \mu = \mu_0$  时, 用\_\_\_\_\_检验, 它的拒绝域为\_\_\_\_\_; 若  $H_0: \mu \geq \mu_0$  时, 用\_\_\_\_\_检验, 它的拒绝域为\_\_\_\_\_.
5. 设  $\alpha$  是检验水平,  $\beta$  是置信水平, (i) 若  $\lambda$  是统计量  $t$  的临界值, 则  $\alpha = p(\quad)$ ,  $\beta = p(\quad)$ , (ii) 若  $\lambda_1, \lambda_2$  是统计量  $\chi^2$  的临界值,  $\lambda_1 < \lambda_2$ , 则  $p(\chi^2 > \lambda_2) = p(\chi^2 < \lambda_1) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

### 选择题

6. 在假设检验中, 显著性水平  $\alpha$  的意义是( ).
  - (A) 原假设  $H_0$  成立, 经检验被拒绝的概率;
  - (B) 原假设  $H_0$  不成立, 经检验被拒绝的概率;
  - (C) 原假设  $H_0$  成立, 经检验不能拒绝的概率;

(D) 原假设  $H_0$  不成立, 经检验不能拒绝的概率.

7. 在假设检验中, 记  $H_0$  为原假设, 则称( )为第一类错误.

(A)  $H_0$  为真, 接受  $H_0$ ;                      (B)  $H_0$  不真, 拒绝  $H_0$ ;

(C)  $H_0$  为真, 拒绝  $H_0$ ;                      (D)  $H_0$  不真, 接受  $H_0$ .

8. 设  $\bar{X}$  和  $S^2$  是来自正态总体  $N(\mu, \sigma^2)$  的样本均值和样本方差, 样本容量为  $n$ ,

$|\bar{X} - \mu_0| > t_{0.05}(n-1) \frac{S}{\sqrt{n}}$  为( ).

(A)  $H_0: \mu = \mu_0$  的拒绝域;                      (B)  $H_0: \mu = \mu_0$  的接受域;

(C)  $\mu$  的一个置信区间;                      (D)  $\sigma^2$  的一个置信区间.

9. 对显著水平  $\alpha$  检验结果而言, 犯第一类(去真)错误的概率  $p(\text{拒绝 } H_0 | H_0 \text{ 为真}) = ( )$

(A) 不是  $\alpha$ ;                      (B)  $1 - \alpha$ ;                      (C) 大于  $\alpha$ ;                      (D) 小于或等于  $\alpha$

10. 对正态总体  $N(\mu, \sigma^2)$ , ( $\sigma^2$  未知)的假设检验问题:  $H_0: \mu \leq 1$ ,  $H_1: \mu > 1$ , 若取得显著水平  $\alpha = 0.05$ , 则其拒绝域为( ).

(A)  $|\bar{X} - 1| > u_{0.05}$ ;                      (B)  $\bar{X} > 1 + t_{0.05}(n-1) \frac{S}{\sqrt{n}}$ ;

(C)  $|\bar{X} - 1| > t_{0.05} \frac{S}{\sqrt{n}}$ ;                      (D)  $\bar{X} < 1 - t_{0.05}(n-1) \frac{S}{\sqrt{n}}$

### 综合题

11. 有一朋友自远方来, 他“乘火车”(事件  $A_1$ )的可能性为 0.3, 迟到的概率为  $\frac{1}{4}$ , 他“乘船”(事件  $A_2$ )的可能性为 0.2, 迟到的概率为  $\frac{1}{3}$ , 他“乘汽车”(事件  $A_3$ )的可能性

0.1, 迟到的概率为  $\frac{1}{15}$ , 他“乘飞机”(事件  $A_4$ ) 的可能性为 0.4, 迟到的概率为 0, 现在此人已迟到, 问是否需要去汽车站接他?

12. 某种产品的重量为  $X$ , 由长期经验知  $X \sim N(12,1)$ , 更新设备后, 从所生产的产品中随机地取 100 个, 测得样本均值  $\bar{X} = 12.5$ , 如果方差没有变化, 问设备更新后, 产品的平均重量是否有显著变化? ( $\alpha = 0.10$ ).

13. 有 2 批棉纱, 为比较断裂强度, 从中各取 200 个和 100 个样本进行测试, 得到:

第一批棉纱:  $n_1 = 200, \bar{\xi} = 0.532kg, s_1^2 = 0.218kg$

第二批棉纱:  $n_2 = 100, \bar{\eta} = 0.576kg, s_2^2 = 0.176kg$

试检验这批棉纱断裂强度的均值有无显著差异? ( $\alpha = 0.05$ ) 又  $\alpha = 0.10$  呢?

14. 有一批产品, 取 50 个样品, 其中含有 4 个次品. 在这样情况下, 判断假设  $H_0: P \leq 0.05$  是否成立 ( $\alpha = 0.05$ )?

15. 在一台自动车床上加工直径为 2.050 毫米的轴, 现在每相隔 2 小时, 各取容量都为 10 的子样, 所得数据列表如下:

零件加工编号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
第一个子样	2.066	2.063	2.068	2.060	2.067	2.063	2.059	2.062	2.062	2.060
第二个子样	2.063	2.060	2.057	2.056	2.059	2.058	2.062	2.059	2.059	2.057

假设轴直径的分布是正态的, 试在显著性水平 0.01 下检验这台自动车床所生产的轴的直径是否受时间的影响, 即检验:

(1) 轴的直径的方差是否有显著差异?

(2) 轴的直径的数学期望是否有显著差异?

16. 一个正 20 面体, 每个面上都标有 0, 1, 2, ..., 9 中的某一个数字, 并且上面的十个数中的每一个都标在两个面上. 现在抛掷这个正 20 面体 800 次, 标有数字 0, 1, 2, ..., 9 的各面朝上的次数如下:



故拒绝  $H_0$ ，即更新设备后，产品的平均重量有显著变化.

13. 这是两个正态总体,  $H_0: \mu_1 = \mu_2$ , 用  $u = \frac{\bar{\xi} - \bar{\eta}}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}} = \frac{0.532 - 0.576}{\sqrt{\frac{0.218^2}{200} + \frac{0.176^2}{100}}} = -1.88$

$\alpha = 0.05$  时,  $\lambda = 1.96$ ,  $|u| = 1.88 < 1.96$ , 所以接受  $H_0$ .

$\alpha = 0.10$  时,  $\lambda = 1.65$ ,  $|u| = 1.88 > 1.65$ , 则拒绝  $H_0$ .

14.  $z = 0.9733 < 1.645 = z_{0.05}$ , 接受  $H_0$ .

15. (1)  $0.153 = F_{0.995}(9,9) < F = 1.995 < F_{0.005}(9,9) = 6.54$ , 接受  $H_0$ , 无显著差异

(2)  $t = 3.3 > t_{0.005}(18) = 2.878$ , 拒绝  $H_0$ , 有显著差异, 即这台自动车床受时间的影响而不稳定.

16.  $\chi^2 = 6.478 < 16.919 = \chi_{0.05}^2(9)$ , 可以认为这个正 20 面体均匀.