

习题一

1. 设三个元件寿命分别为 T_1, T_2, T_3 , 并联成一个系统, 试表示事件“系统的寿命超过 t ”. 当这三个元件并联时, 这一事件如何表示?

2. 某人用步枪射击目标 5 次, A_i 表示“第 i 次射击击中目标”, $i = 1, 2, 3, 4, 5$. B_i 表示“5 次射击击中目标 i 次”, $i = 0, 1, 2, 3, 4, 5$. 用文字叙述下列各事件, 并指出各对事件之间的关系.

$$(1) \sum_{i=1}^5 A_i \text{ 与 } \sum_{i=1}^5 B_i; \quad (2) \sum_{i=2}^5 A_i \text{ 与 } \sum_{i=2}^5 B_i; \quad (3) \sum_{i=1}^2 A_i \text{ 与 } \sum_{i=3}^5 A_i;$$

$$(4) \sum_{i=1}^2 B_i \text{ 与 } \sum_{i=3}^5 B_i; \quad (5) \sum_{i=0}^2 B_i \text{ 与 } \sum_{i=3}^5 B_i; \quad (6) \overline{A_1} \overline{A_2} \overline{A_3} A_4 A_5 \text{ 与 } B_3;$$

$$(7) \overline{A_1} \text{ 与 } \overline{B_5}; \quad (8) \sum_{i=1}^5 \overline{A_i} \text{ 与 } \overline{B_5}.$$

3. 一个袋中装有 3 个红球, 2 个白球, 现从中任取 2 个球, 求在这 2 个球中, 恰好又 1 个红球 1 个白球的概率.

4. 设事件 A, B 互不相容, $P(A) = 0.5, P(B) = 0.3$, 求 $P(\overline{A} \cup \overline{B})$.

5. 在 6 副相同的手套中任取 4 只, 求恰有一副的概率.

6. 将 3 个球随机地放入 4 个容器, 求容器中球的个数的最大值分别等于 1, 2, 3 的概率.

7. 一袋中有 $m+n$ 个球, 其中 m 个黑球, n 个白球, 每次随机地从袋中取出一球, 取后放回, 求下列事件的概率:

- (1) 第 i 次取到的是白球;
- (2) 第 i 次才取到白球;
- (3) 前 i 次能取到白球;
- (4) 前 i 次恰好取到 l 个白球;
- (5) 到第 i 次为止才取到 l 个白球.

8. 有 k 个坛子, 每一个坛子中装有 n 个球, 分别编号为 1 至 n , 今从每个坛子中任取一球, 问 m 是所取的球中最大编号的概率.

9. 某班有 n 个男生 m 个女生 ($m \leq n+1$) 随机排成一列, 求任意两女生均不相邻的概率.

10. 在 1~2000 的整数中随机地取一数, 问取到的整数既不能被 6 整除, 又不能被 8 整除的概率是多少?

11. 设某人忘了某电话号码的最后一位数字, 因而随机拨号, 求他拨号不超过 3 次拨通电话的概率.

12. 从区间 $(0,1)$ 中随机取出两个数, 求两数之和小于 $\frac{6}{5}$ 的概率.

13. 两艘轮船都要停靠同一泊位, 它们可能在一昼夜的任一时刻到达, 设两船停靠泊位

的时间分别为 1 小时和 2 小时, 求一艘轮船停靠泊位时, 另一艘需要等待空出码头的概率.

14. 平面上画满间距为 a 的平行直线, 向该平面随机投掷一枚长度为 l 的针 ($l < a$), 试求针与直线相交的概率.

15. 甲、乙两选手进行乒乓球单打比赛. 甲选手发球成功后, 乙选手回球失误的概率为 0.3, 若乙选手回球成功, 甲选手回球失误的概率为 0.4, 若甲选手回球成功乙选手再次回球成功的概率为 0.5, 现已知甲选手发球成功, 试计算在这几个回合中, 乙选手输掉一分的概率.

16. 3 个箱子, 第一个箱子 4 个黑球 1 个白球, 第二个箱子 3 个黑球 3 个白球, 第三个箱子 3 个黑球 5 个白球. 随机地取一个箱子, 再从这个箱子中随机取出一个球, 求取出的是白球的概率. 又已知取出的一个球为白球, 求此球属于第二个箱子的概率.

17. 3 架飞机中有 1 架长机和 2 架僚机, 一同飞往某目标执行轰炸任务. 要飞到目的地一定要有无线电导航, 但只有长机有此设备. 一旦到达目的地, 各飞机将独立轰炸, 且每架飞机轰炸目标时炸毁目标的概率为 0.3, 到达目的地前, 要经过敌方高射炮阵地, 此时任一架飞机被击落的概率为 0.2, 求目标被炸毁的概率.

18. 甲、乙两个运动员进行乒乓球单打比赛, 已知每一局甲胜的概率为 0.6, 乙胜的概率为 0.4. 比赛时可以采用三局二胜制或五局三胜制, 问在哪一种比赛制度下甲获胜的可能性大?

19. 甲、乙、丙三人按下面规则进行比赛: 第一局由甲、乙参加, 丙轮空; 再由第一局的优胜者与丙进行第二局比赛, 失败者轮空; 比赛用这种形式, 一直进行到其中一人连胜两局为止. 连胜两局者成为整场比赛的优胜者. 若甲、乙、丙胜每局的概率各为 0.5, 问甲、乙、丙成为整场比赛优胜者的概率各为多少?

20. 甲、乙两人射击水平相当, 对同一目标轮流射击, 若一方失利, 另一方可以继续射击, 直到有人命中目标为止. 命中一方为该轮比赛的优胜者. 若甲先开始射击, 是否一定沾光, 为什么?

21. 已知三个事件 A, B, C 有相同的概率 p , 这三个事件两两独立但三个事件不能同时发生. 试确定 p 的最大可能值.

22. 某学校一年级有两个班, 一班 50 名学生, 其中 10 名女生; 二班 30 名学生, 其中 18 名女生. 在两班中任选一个班, 然后从中先后挑选两名学生. 求

(1) 先选出的是女生的概率;

(2) 在已知先选出的是女生的条件下, 后选出的也是女生的概率.

23. 设两两独立的三个事件 A, B, C 满足

$$ABC = \phi, \quad P(A) = P(B) = P(C) < 0.5, \quad \text{且} \quad P(A+B+C) = \frac{9}{16}.$$

24. 设事件 A, B 同时发生必导致 C 发生, 证明 $P(A) + P(B) - 1 \leq P(C)$.

25. 以射手对同一目标进行 4 次独立射击, 若至少射中一次的概率为 $80/81$, 求此射手每次射击的命中率.

26. 设情报员能破译一份密码的概率为 0.6, 问至少要使用多少名情报员才能使破译一份密码的概率大于 95%? 假定各情报员能否破译这份密码是相互独立的.

27. 在 n 重 Bernoulli 试验中, 每次试验事件 A 发生的概率为 p , 求 n 此试验中 A 出现奇数次的概率.

28. 袋中有 r 个红球和 b 个黑球, 每次从袋中任意取出一球, 并连同 s 个同色球一起放回.

以 R_n 表示第 n 次摸出红球，试证 $P(R_n) = \frac{r}{r+b}$.

29. 一袋中有 8 只红球，2 只白球，每次从中各任取一球，并换一只白球放回去，连续取 3 次，求 3 次中恰好取到一次白球的概率.

30. 已知男性中色盲占 5%，女性中色盲占 2.5%，某班共有男生 40 人，女生 20 人，求该班同学中色盲所占比例. 又如已知有一位同学是色盲，求该生是男生的概率.