习题三

1、一袋中装有 5 个白球，3 个红球.第一次从袋中任意取出一个球，不放回；第二次又从袋中任取两个球，X_i 表示第 i 次取到的白球数，$i=1,2$.求

（1）(X_1,X_2) 的分布及边际分布；

（2）$P\{X_1=0,X_2\neq 0\},P\{X_1=X_2\},P\{X_1X_2=0\}$.

2、从整数 0 至 9 中先后任取两个数（取后不放回）.第一个数记为 X，第二个数记为 Y，求 （1）(X,Y) 的概率分布；（2）Y 的概率分布；（3）已知 $Y=k(0\le k\le 9)$ 的条件下，求 X 的概率分布.

3、一电子仪器由两部分构成，以 X,Y 分别表示它们的寿命（单位：kh），已知 (X,Y) 的联合分布函数为

$$F(x,y)=\begin{cases}1-e^{-0.5x}-e^{-0.5y}+e^{-0.5(x+y)}, & x\ge 0, y\ge 0\\ 0, & 其他\end{cases}$$

（1）问 X,Y 是否相互独立；

（2）求两个部件的寿命都超过 100h 的概率.

4、已知随机向量 (X,Y) 密度函数为

$$p(x,y)=\begin{cases}ke^{-(3x+4y)}, & x>0, y>0\\ 0, & 其他\end{cases}$$

求常数 k 及边际密度函数，并验证 X,Y 是否相互独立.

5、在一批产品中，一等品占 50%，二等品占 30%，三等品占 20%，从中任取四件，一、二等品的件数分别记为 X,Y，求 (X,Y) 的联合分布列和边际分布列.

6、设某班车起点站上车的人数 X 服从参数为 $\lambda(\lambda>0)$ 的 Poisson 分布，每位乘客在中途下车的概率为 $p(0<p<1)$，各乘客中途下车与否相互独立，并以 Y 表示中途下车的人数.求 （1）在发车时有 n 个乘客的条件下，中途有 m 人下车的概率；（2）(X,Y) 的联合分布列.

7、袋中有三只红球，两只白球，一只黑球，从中任取两只球，随机变量 X,Y 分别为其

中红球与白球的个数，令函数$W=\left|X+Y\right|, Z=\left|X-Y\right|$，求二维随机向量$(W,Z)$的联合分布.

8、判断二元函数 $F(x,y)=\begin{cases}1, & x+y\geq 0\\ 0, & x+y<0\end{cases}$ 是否为某二维随机向量 (X,Y) 的联合分布函数.

9、设随机变量 X,Y 相互独立，分别服从参数为 λ_1,λ_2 的 Poisson 分布，试求 $Z=X+Y$ 的概率分布.

10、设 X,Y 相互独立，且均服从在[0，1]上的均匀分布，试求 $Z=X+Y$ 的概率密度.

11、设某种商品一周需求量是一个随机变量，其密度为

$$p(x)=\begin{cases}xe^{-x}, x>0\\ 0, \quad x\leq 0\end{cases},$$

如各周需求量相互独立，求两周需求量的概率密度.

12、设随机变量 X 服从[0，1]上的均匀分布，Y 服从参数 $\lambda=1$ 的指数分布，且 X,Y 相互独立，求随机变量 $Z=\dfrac{Y}{3X}$ 的概率密度.